УДК 51:1 (271.01.05.15)

ТРАНСЦЕНДЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАТЕМАТИКИ: АБСТРАКТНАЯ ПРИРОДА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ[1]

С. Л. Катречко*

Трансцендентальная философия (трансцендентализм) Канта нацелена на исследование как человеческого способа познания в целом (B 25), так и отдельных видов нашего познания с целью обоснования их объективной значимости. Задачей данной статьи стала экспликации кантовского понимания (resp. обоснования) абстрактного характера математического знания (познания) как «конструирования [из] понятий» (см.: «конструировать понятие – значит показать a priori соответствующее ему созерцание»; (A713/B 741)), основательность которой «зиждется на дефинициях, аксиомах и демонстрациях» (A726/B 754). Математические предметы, в отличие от конкретных «физических», имеют абстрактный характер (а-объекты vs. the-объекты) и вводятся (задаются) посредтвом принципа абстракции Юма – Фреге. Кант на основе своего учения о схематизме развивает оригинальную концепцию абстракции: кантовские схемы выступают как способы построения (конструирования) математических предметов, как «действия чистого мышления» (B 81). Исследуется онтологический статус математических абстракций и выделяется три возможных онтологии – понимание математических предметов/абстракций: 1) как полноценных предметов (вещная онтология; «полнокровный платонизм»); 2) как субстантивированного набора свойств (онтология свойств; Э. Залта); 3) как отношений (реляционная онтология; теория категорий, структурализм).

Ключевые слова: *трансцендентальная философия (трансцендентализм) Канта, трансцендентальный метод, трансцендентальный прагматизм, математика как познание посредством конструирования (конструкции из) понятий.*

Одной из основных проблем кантовского трансцендентализма является вопрос о том, «как возможна [чистая] мате-

---

[1] Данная статья (она состоит из двух частей; это ее первая часть) подводит определенный итог наших штудий по трансцендентальной философии (концепции) математики [Канта]. См. наши более ранние работы по этой теме: (Катречко, 2005; 2007; 2008; 2009; 2014в; 2014г).

* Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ),
105064, Россия, Москва, ул. Ст. Басманная, д. 21, стр. 4, ком. 414в.

Поступила в редакцию: 14.12.2014 г.
doi: 10.5922/0207-6918-2015-2-1

матика?» (Кант, 1994, т. 3, с. 53; B 21)[2], который предполагает обоснование «объективной общезначимости» (Там же, с. 120; B 122) этого вида познания[3]. Более того, именно с подобным — *семантическим* — прочтением Канта как обоснованием объективной значимости наших ментальных *представлений* связано второе (после неокантианства) «открытие» Канта в 80-х годах XX века в аналитической англосаксонской традиции, одним из результатов которого стал переход от теории «двух объектов/миров» к теории «двух аспектов», в рамках которой кантовские вещь сама по себе и вещь для нас трактуются не как две различные онтологические сущности, а как «две стороны» (Там же, с. 25; B XIX прим.), или как «двоякий способ» (Там же, с. 29; B XXVII) — чувственный и рассудочный — рассмотрения одного и того же объекта[4]. Дальнейшим развитием этого подхода стало *когнитивно-семантическое* прочтение кантовской «Критики», развиваемое, в частности Р. Ханной[5]. Основанием для такого прочтения выступает письмо Канта к М. Герцу (21.02.1772), где замысел «Критики» определяется им как нахождение «ключа ко всей тайне метафизики», что связано с решением следующей (семантической) проблемы: «на чем основывается отношение того, что мы называем представлением в нас, к предмету?» (Кант, 1994, т. 8. с. 484)[6].

Тем самым трансцендентализм выступает как программа семантического обоснования теоретического знания (в том числе и математического), что составляет самую суть трансцендентальной философии, которую Кант определяет как исследование, «занимающееся не столько предметами, сколько видами [способами] нашего познания предметов как возможными a priori» (Кант, 1994, т. 3, с. 56; B 25), что задает как *общую* задачу трансцендентализма в качестве исследования человеческой познавательной способ-

---

[2] В «Пролегоменах» Кант называет подобное вопрошание «главным трансцендентальным вопросом» (Кант, 1994, т. 4, с. 34).

[3] Проблема «объективной значимости» априорных принципов рассудка, лежащих в основе естествознания, решается посредством *трансцендентальной дедукции* категорий, задачи которой обсуждаются Кантом в § 13 «О принципах трансцендентальной дедукции вообще» [B 117—125 и далее]. Однако по отношению к проблеме «объективной значимости» принципов математического познания, имеющих не только рассудочную, но и чувственную (созерцательную) природу, Кант такого систематического исследования не проводит.

[4] Начало этого аналитического открытия Канта положили работы: 1) *Strawson P.* The Bounds of Sense (1966) и 2) *Sellars W.* Science and Metaphysics: variations on kantian themes (1968). Следующей вехой нового прочтения (интерпретации) Канта выступает работа: *Prauss G.* Kant und das Problem der Dinge an sich (1974). Современное развитие новой (революционной) интерпретации кантовского трансцендентализма связано с работами 1) *Allison H.* Kant's Transcendental Idealism: An Interpretation and Defense (2004) и 2) *Bird G.* The Revolutionary Kant: A Commentary on the Critique of Pure Reason (2006). Подробнее об этой трактовках трансцендентализма см.: (Rohlf, 2010).

[5] См.: (Hanna, 2001, 2007), а также другие его работы: http://spot.colorado.edu/~rhanna/

[6] В предисловии ко 2-му изданию «Критики» Кант неявно воспроизводит эту определяющую интенцию своего подхода, когда говорит о своем решении как «коперниканском перевороте» и/или «измененным методом мышления»: «предметы, или, что тоже самое опыт, единственно в котором их (как данные предметы (вещи для нас. — *К. С.*)) и можно познать, сообразуются с этими [априорными] понятиями… мы a priori познаем о вещах лишь, что вложено в них нами самими» (Кант, 1994, т. 3, с. 24; B XVIII).

ности в целом[7], так и его *прикладную* задачу, связанную с анализом специфики и обоснованием основных способов познания, одним из которых и является интересующая нас здесь математическая деятельность[8].

Начнем с вопроса о дифференциации разных типов познания с целью выявления специфики математического способа познания. Одна из первых классификаций принадлежит Платону[9], однако более релевантным для целей нашего анализа выступает классификация Аристотеля, который в своем трактате «О душе» различает *физический*, *математический*, *философский* способы познания (Аристотель, 1975, т. 1, с. 374). Согласно Аристотелю, *физик* (или *рассуждающий о природе*) изучает «состояния такого-то тела и такой-то материи», например, «что дом состоит из камней, кирпичей и бревен», то есть реально существующие конкретные объекты (со стороны их материи и/или движения), в то время как *математик* изучает «свойства, которые хотя и неотделимы от тела, но, поскольку они не состояния определенного тела и берутся отвлеченно от тела», или *формы* тела (в их «отвлечении» от материи / движения), например, геометрические формы, то есть абстрактные объекты, а *диалектик* (метафизик) изучает сущее как таковое, «отделенное же от всего телесного». Обратим внимание на выделение двух типов объектов / способов познания: *конкретные* объекты физики (естествознания) и *абстрактные* объекты математики, конституирующие соответствующие виды познания, из которых нас будут интересовать последние.

Трансцендентализм Канта как исследование, «занимающееся… способами (в том числе и математическим. — *К. С.*) нашего познания…», в целом принимает это платоно-аристотелевское различение, хотя при этом, с одной стороны, уточняет его, а, с другой — опираясь на свой анализ человеческого способа познания, обосновывает его.

---

[7] Наша интерпретация трансцендентализма представлена в работах: (Катречко, 2012а; 2012б; 2013а; 2014а; 2014б); (Katrechko, 2014**)**.

[8] Наиболее значимые исследования за последние 30 лет, посвященные кантовской концепции математики, представлены в сборнике Карла Пози [Posy, C., Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays, 1992], где собраны статьи таких известных философов как Я. Хинтикки (Jaakko Hintikka), Ч. Парсонса (Charles Parsons), Г. Бриттана (Gordon Brittan), М. Фридмана (Michael Friedman) и др. (в 2015 году анонсировано издание расширенного двухтомника: Posy, C. and Rechter, O. (eds.), Kant's Philosophy of Mathematics, 2 vol., Cambridge: Cambridge University Press.). Обзор концепции математики Канта можно найти у 1) Г. Бриттана [Brittan, G. "Kant's Philosophy of Mathematics" in G. Bird (ed.), A Companion to Kant, 2009, p. 222—235; см. также его книгу: Brittan, G. Kant's Theory of Science (1978)]; 2) М. Фридмана [Michael Friedman, M. Kant and the Exact Sciences, (1992)]; 3) Л. Шабел [Shabel, L. Kant's Philosophy of Mathematics, in P. Guyer (ed.), The Cambridge Companion to Kant, 2006, p. 94—128]. Более подробно о современной трактовке философии математики Канта см. статью: (Shabel, 2013; SEP). Отметим также, что в 2014 году по философии математики Канта вышел специальный выпуск журнала: 'Mathematics in Kant's Critical Philosophy', Canadian Journal of Philosophy, Volume 44, Issue 5—6, 2014 (http://www.tandfonline.com/toc/rcjp20/44/5-6), а в 2015 году на этой основе будет издана книга 'Kant: Studies on Mathematics in the Critical Philosophy' (eds. E. Carson, L. Shabel; http://www.routledge.com/books/details/9781138925021/).

[9] См. концепцию «четырехчастного отрезка» Платона из кн. 6 «Государства». В своей статье (Катречко, 2013б) мы показали, что предлагаемое там Платоном понимание математики удивительным образом совпадает с кантовским.

Прежде всего трансцендентализм различает *мышление* и *познание*, поскольку «мыслить себе предмет и познавать предмет не есть… одно и то же» (Кант, 1994, т. 3, с. 136; B 146)[10]. Тем самым Кант фиксирует предметный, чувственный (в широком смысле этого слова) характер нашего познания, поскольку именно чувственность (как восприимчивость) «доставляет» посредством чувственного созерцания нашему мышлению предмет[11]. В этом отношении философия, хотя Кант и именует ее «познанием разума посредством понятий» (Кант, 1994, т. 3, с. 528; B 741) является все же не полноценным *по-знанием*, а лишь пред-познающим *мышлением*, потому как она не созерцательна, не имеет *предметного* (чувственного) характера.

Основополагающим же для Канта выступает тезис о наличии в нашем способе познания двух основных «стволов познания»: чувственности и рассудка, определенное сочетание которых и предопределяет специфику того или иного вида предметного познания. И если опытное естествознание, начинается с чувственного созерцания эмпирического предмета, которое впоследствии осмысляется (распознается) рассудком посредством понятий (соответственно, схема естествознания такова: «чувственность (созерцаемый предмет) + рассудок (понятие о нем)»), то математику Кант определяет как «познание посредством конструкции [из] понятий» (Там же, B 741), что означает совместную деятельность *рассудка* и *воображения*, но в обратном по отношению к естествознанию порядке: сначала рассудок создает, то есть придумывает, «чистое [чувственное] понятие», которое затем должно быть представлено — при помощи воображения и определяющей способности суждения (resp. схематизма) — в качестве созерцательной конструкции: например, понятие треугольника должно быть нарисовано как фигура. Тем самым Кант вслед за Аристотелем выделяет два типа предметного познания, а именно: физику (естествознание) и математику, первая из которых является эмпирическим (содержательным[12]), а вторая — формальным (абстрактным) познанием[13]. Соответственно, предметом изучения первой выступают конкретные эмпирические предметы, а предметом второй — создаваемые нашим умом формально—абстрактные объекты, которые, таким образом, имеют разный онтологический статус[14].

---

[10] Подробнее об этом Кант говорит в своих пояснениях к *Критике*, отвечая на вопросы И. Г. К. Кизиветтера (Кант, 2012, с. 66—73).

[11] Более того, для обоснования «объективной реальности (или значимости. — *К. С.*) категорий, [мы] нуждаемся не просто в созерцаниях, а именно во внешних созерцаниях» (Кант, 1994, т. 3, с. 528; B 291), даваемых нашей чувственностью.

[12] К содержательному типу познания относятся не только естественные науки, но и гуманитарные дисциплины.

[13] Что не исключает того, что теоретические разделы современной физики конституированы по типу математики, то есть начинаются с постулирования неких *a la* математических абстрактных объектов. Это свидетельствует о том, что современная физика все в большей степени становится абстрактной, ибо, как заметил Кант, «в любом частном учении о природе можно найти науки в собственном смысле (то есть теоретической системы знаний, а не сырого эмпирического материала. — *К. С.*) лишь столько, сколько имеется в ней математики» (Кант, 1994, т. 4, с. 251). Хотя тезис о том, что «книга природы написана на языке математики, [а] ее буквами служат треугольники, окружности и другие математические фигуры…», высказал ранее еще Г. Галилей, это задает общий принцип конституирования новоевропейского естествознания. Заметим, что в настоящее время в нашей стране присваивают степень *физико-математических наук*.

[14] Точное определение (resp. точный критерий) абстрактных объектов вызывает серьезные трудности, поскольку, судя по всему, есть разные типы абстрактных объ-

Обратим внимание на одну существенную трудность в обосновании «объективной значимости» математического знания. Предметный характер естествознания обеспечен «внешним созерцанием» (B 291): существование эмпирических предметов удостоверяется, возможно, через посредство ряда теоретических понятий, с помощью их восприятия нашими органами чувств или приборами, поскольку любое наше эмпирическое познание, без сомнения, начинается с опыта (парафраз (B 1) «Критики»). Полагать подобный природный статус математических объектов абсурдно даже для обыденного рассудка, ибо в самой «природе нет кругов, квадратов...» (Галилей): математические предметы «на дороге не валяются».

В этой связи обратимся к важной главе «Об основании различения всех предметов вообще на phaenomena и noumena» «Критики» (особенно к фрагменту B 298—300 и далее), где в концентрированном виде излагается суть как трансцендентализма в целом и его семантической проблематики, так и кантовского подхода к семантико-онтологическому обоснованию математического способа познания. Там Кант подчеркивает, что без *предмета* (resp. эмпирического созерцания) *понятия*, в том числе и понятия математики, «не имеют никакого смысла (объективной значимости) и совершенно лишены содержания» (Кант, 1994, т. 3, с. 236; B 298), поскольку они «суть лишь игра воображения или рассудка своими представлениями» (Там же). И потому «необходимо сделать чувственным всякое *абстрактное понятие* (курсив мой. — *К. С.*)[15], то есть показать соответствующий ему объект в созерцании, так как без этого понятие... было бы бессмысленным, то есть лишенным значения» (Кант, 1994, т. 3, с. 236; B 299)[16]. И далее Кант, подчеркивая специфику математики в ее отличии от физики, продолжает: «...математика выполняет это требование, *конструируя фигуру*, которое есть явление, принадлежащее нашим чувствам, хотя и созданное a priori» (B 299)

ектов, объединенных по принципу «семейного сходства» (например, М. Новоселов (Новоселов, 2000) выделяет: абстракцию неразличимости, абстракцию индивидуации, изолирующую абстракцию (Аристотель), абстракцию отождествления и др.). Г. Розен (Rosen, 2001) рассматривает следующие критерии: 1) абстрактное как внепространственно-вневременное; 2) абстрактное как каузально неэффективное и др. — и показывает их неуниверсальность. В нашей ситуации проблема абстрактности решается путем концептуального отождествления абстрактных и математических объектов с парадигмальным случаем абстрактного.

[15] Вот еще один кантовский фрагмент на эту тему, хотя здесь Кант менее категоричен. «Теперь мы можем также правильнее определить наше понятие о предмете вообще. Все представления как представления имеют свой предмет (или денотат, в терминах современной семантики. — *К. С.*) и, в свою очередь, сами могут быть предметами [денотатами] других представлений. Явления суть единственные предметы, которые могут быть даны нам непосредственно, и то, что в них непосредственно относится к [эмпирическому] предмету, называется созерцанием» (Кант, 1994, т. 3, с. 631; A 109). Здесь Кант допускает возможность иерархии представлений, то есть допускает возможность отсылки одного абстрактного представления (понятия) к другому, менее абстрактному, представлению, но в основании подобной иерархии абстракций в конечном итоге должно лежать некоторое чувственное (эмпирическое) созерцание, посредством которого и дается реальный предмет. Причем это относится ко всем теоретическим (научным) абстрактным понятиям, но к математическим абстракциям (или предметам) в первую очередь.

[16] Ср. с общепринятым в современной семантике учением (концепцией) Г. Фреге о смысле и значении понятий (Frege, 1892).

(курсив мой. — *К. С.*)[17]. Предметный характер математики также связан с чувственным созерцанием, ибо никаких других созерцаний, по Канту, нет, однако, в отличие от «физики» созерцания математики имеют не эмпирический, а «чистый» (априорный) характер: соответственно, математические понятия Кант именует «чистыми чувственными понятиями». И здесь нас не должен вводить в заблуждение эмпирический характер, например, геометрических чертежей, ибо, как заметил уже Платон, «когда они [геометры] пользуются чертежами и делают отсюда выводы, их мысль обращена не на чертеж, а на те фигуры, подобием которых он служит [поскольку чертеж является «образным выражением того, что можно видеть не иначе как мысленным взором]. Выводы свои они делают только для четырехугольника самого по себе и его диагонали, а не для той диагонали, которую они начертили…» (вставки мои. — *К. С.*) (Платон, 1993, т. 3, с. 293; 510d—e). Тем самым математика является особым типом знания, имеющим абстрактно—формальный, а не содержательный характер, что отличает ее не только от естественных, но и большинства гуманитарных наук[18].

Перейдем теперь к более детальному анализу математической деятельности. Говоря о кантовском понимании математики, обычно обращают внимание на раздел «Трансцендентальная эстетика» его «Критики», где концептуальным основанием математики (resp. математического естествознания) выступают априорные формы чувственности: пространство — для геометрии, время — для арифметики. Однако подробнее о своем понимании математической деятельности как особом способе познания Кант говорит в последнем разделе «Критики» «Трансцендентальное учение о методе» (глава «Дисциплина чистого разума в догматическом применении»). Там он пишет, что «основательность [математики] зиждется на дефинициях, аксиомах и демонстрациях» (Кант, 1994, т. 3, с. 536; B 754).

Определяющим — конституирующим последующие две составляющие математического знания — в этой триаде выступают математические дефиниции, которые «создают само [математическое] понятие», и, тем самым, «дают первоначальное и полное изложение вещи [действительного предмета] в его границах[19]» (Кант, 1994, т. 3, с. 537; B 756), а не только объясняют его, как это происходит в естествознании и философии. Это гарантирует математическим понятиям их полное соответствие с математическими предметами-созерцаниями, в то время как эмпирические понятия естествознания и априорные понятия метафизики таким соответствием в общем случае не обладают: в естествознании вещи как правило «богаче» своих понятий (например, стол и понятие о столе не совпадают, а понятие о столе не может передать всю информацию о реальном столе, всех нюан-

---

[17] Ср. с фрагментом B 740—766 «Критики», где Кант развивает свое конструктивное понимание математики: «Все наше познание относится в конечном счете к возможным созерцаниям, так как только посредством них дается предмет» (Кант, 1994, т. 3, с. 532; B 747).

[18] При этом математика выступает как одна из формальных наук, к которым относится также логика, изучающая логические формы, грамматика и др. Соответственно, математику мы можем определить как науку о математических формах.

[19] «Полнота означает ясность и достаточность признаков; границы означают точность в том смысле, что признаков дается не более чем нужно для полного понятия; первоначальное означает, что определение границ ниоткуда не выводится и, следовательно, не нуждается в доказательстве…» (Кант, 1994, т. 3, с. 537; B 755 прим.).

сах его существования), а метафизические понятия (категории) в общем случае «богаче» своего эмпирического применения, поскольку могут применяться не только к предметам нашего опыта (созерцания), то есть «вещам-для-нас», но и к «вещам вообще». Основанием для такого полного соответствия является тождество математических *объектов* и *понятий*, поскольку первые задаются, или «создаются», посредством вторых (resp. дефиниций). Вместе с тем это проясняет «измененный метод мышления» Канта, суть которого состоит в том, «что мы a priori познаем о вещах лишь то, что́ вложено в них нами самими» (Там же, B XVIII): если по отношению к физическим объектам восприятия кантовский тезис кажется слишком уж радикальным, то по отношению к математическим абстрактным объектам он тривиален. Наше знание математических объектов подобно «знанию» мастера, который создает ту или иную вещь. К тому же любая математическая дефиниция имеет конструктивный характер и содержит в себе как способе порождения математического предмета «произвольный синтез, который может быть конструирован a priori (в созерцании)» (Там же, B 757). В главе о схематизме Кант уточняет, что в «основе наших чистых чувственных (математических. — *К. С.*) понятий лежат не образы предметов, а схемы… [которые] не могут существовать нигде, кроме как в мысли, и означают правило синтеза воображения (например, фигур в пространстве. — *К. С.*)» (Кант, 1994, т. 3, с. 158; B 180). Таким образом, в основе математической деятельности лежат чистые понятия (ментальные действия) нашего сознания, которые представляют собой схематизированные понятия, задаваемые конструктивным путем[20]. Так, например, окружность определяется Кантом с помощью конструктивной дефиниции как «линия, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от центра» (Кант, 1994, т. 3, с. 540; B 759).

По сути дела, Кант своим введением математических объектов через дефиниции специфицирует их в качестве абстрактных, в противовес конкретным (физическим) объектам. В современной философии математики в этой связи говорится о принципе абстракции Юма — Фреге[21]: для любых $(\alpha)(\beta)\ [(\sum(\alpha) = \sum(\beta)) \leftrightarrow (\alpha \approx \beta)]$, где $\sum(\alpha)/\sum(\beta)$ обозначает вновь вводимый абстрактный объект с помощью символа метаязыка $\sum$[22]. Классическим (парадигмальным) примером введения новой абстракции является, например, фрегевское «введение» нового понятия «направление (прямой)», обозначаемого посредством $D(\alpha)/D(\beta)$, которое «получается» из уже известной понятийной конструкции более низкого уровня «параллельность прямых а и в»: $D(\alpha) = D(\beta) \leftrightarrow$ прямая α параллельна прямой β. Принцип абстракции фиксирует то обстоятельство, что новый — «вторичный» — абстрактный объект получается из «первичного» абстрактного объекта путем неявного определения. На его сходство с кантовской дефиницией указывает то, что мы можем записать в форме (квази)определения: для любых $(\alpha)(\beta)((\sum(\alpha) = \sum(\beta))\ \ [\mathrm{Dfd}] =_{\mathrm{df}} (\alpha \approx \beta)\ \ [\mathrm{dfn}])$. Более того, мы можем записать

[20] Ср. с кантовским пониманием чистых понятий как «действий чистого мышления» (Кант, 1994, т. 3, с. 93; B 81).

[21] Вот что пишет по этому поводу сам Д. Юм: «Когда два числа составлены таким образом, что каждая единица в одном из них всегда отвечает каждой единице в другом, мы признаем их равными…» (Юм, 1965, т. 1, с. 128). Подробнее о принципе абстракции Юма — Фреге (Hume's principle) см., например: http://en.wikipedia.org/wiki/Hume's_principle ; http://plato.stanford.edu/entries/frege-logic/

[22] С помощью скобок (α)/(β) в формуле обозначается квантор всеобщности.

принцип абстракции в виде стандартного определения $\sum(\alpha/\beta) =_{df}(\alpha \approx \beta)$, правда с потерей части информации о том, как этот объект конструируется. Это указывает на сходство принципа абстракции и дефиниции, посредством которых вводятся абстрактные объекты. Точнее, принцип абстракции Юма представляет собой такой тип дефиниции, в котором фиксируется способ конструирования абстрактного объекта, информация о чем — решающая при осуществлении кантовского конструирования. Так, если снова обратиться к кантовской дефиниции окружности, то она представляет собой метаобъект — линию, составленную из объектов более низкого уровня — точек, равноудаленных от центра, где признак «равноудаленности от центра» является основанием или дефиниенсом (в формуле: $\alpha \approx \beta$) для порождения этой новой абстракции (resp. нового дефиниендума Dfd окружности; в формуле: $\sum(\alpha)$).

Однако в формализованном принципе абстракции Юма — Фреге не прояснены два важных момента, а именно: механизм образования вводимой новой абстракции, то есть вопрос о том, какие наши действия скрываются за выражением «$\alpha \approx \beta$», и вопрос о специфике получаемых таким образом математических понятий. Трансцендентализм как исследование нашего способа познания дает на них ответы. Можно сказать, что в отличие от преобладающего в настоящее время *логико-формального* подхода к анализу математики, Кант развивает *конструктивно-прагматический* подход, направленный на выявление специфики математики как человеческой деятельности, или «математики с человеческим лицом».

Математические понятия-предметы, вводимые посредством дефиниций, представляют особый тип абстракции, отличный от абстракций естественных наук, которые образуются путем отвлечения (абстрагирования) от тех или иных характеристик конкретных объектов (Аристотель, Локк). И Кант предлагает оригинальный способ их получения (генезиса).

Если говорить в общем, то любое понятие, по Канту, представляет собой *синтез* — объединение в своем составе многих сходных предметов (по той или иной его характеристике) и обобщение этого сходства именно в данном понятии. Специфика же математики состоит в том, что ее «чистые чувственные понятия», каковыми являются математические абстракции, представляют собой обобщения по сходству действия (resp. отношения). Таким образом, первичное общее математическое действие, обозначаемое символом $\approx$ в формальной записи принципа абстракции, — отношение типа равенства («равно», «тождественно», «изоморфно», «конгруэнтно» и т. д.), в основе которого лежит операция сравнения. Соответственно, в случае с фрегевским «направлением» таковым является действие по проверке (или обнаружению) параллельности прямых, а в случае с кантовской окружностью — действие по проверке равноудаленности точек от центра. Кант определяет такие понятия как схемы. Вот что он пишет по этому поводу: «Так, если я полагаю пять точек одну за другой... то это образ числа пять. Если же я мыслю только число вообще, безразлично, будет ли это пять или сто, то такое мышление есть скорее представление о методе (каким представляют в одном образе множество, например тысячу) сообразно некоторому понятию, чем сам этот образ, который в последнем случае, когда я мыслю тысячу, вряд ли могу обозреть и сравнить с понятием. Это представление об общем способе... (то есть алгоритме построения. — *К. С.*) я называю схемой этого понятия» (Кант, 1994, т. 3, с. 158; B 179). Причем в полученной схеме это действие как бы «угасает», перемещается с поверхностного (Dfd) на глубинный (Dfn) уровень[23], однако для человека, который практикует математическую деятельность, за этой символикой угадывается образующее его математическое действие. Например, в натуральном числе — это сумма его единиц или произведение его множителей.

Основанием для этого революционного понимания абстракции выступает трансцендентальное различение в составе нашей познавательной способности двух «основных стволов познания»: чувственности и рассудка, принципиально не сводимых друг к другу. В данном случае это означает, что за любым результатом познания, каковым и является рассудочное понятие, мы должны искать некоторое (ментальное) «действие», возможно, уже относящееся к чувственности (воображению), как его трансцендентальное условие или основание. И поэтому абстракция — не операция по отвлечению от некоторых признаков исходного понятия с целью получения более абстрактного понятия, схожая по своему действию с операцией логического обобщения, положенной в основу принципа абстракции Юма — Фреге, а некоторое *действие*, связанное с построением чувственно-рассудочного «чувственного понятия»[24] — кантовской *схемы*. Так, в основе порождения идеальной геометрической окружности, которая в «природе не встречается» (Галилей), лежит некоторое действие по равноудаленному расположению точек от центра окружности. Тем самым Кант, вместо *логического* подхода к образованию математических абстракций, характерного для современных — логизированных — программ обоснования математики (логицизма, формализма, конструктивизма и структурализма) предлагает *трансцендентально-прагматический* подход, суть которого выражается следующей максимой: за каждым рассудочным концептом ищи соответствующее, то есть лежащее в его основании, ментальное действие (что сближает Канта с математическим *интуиционизмом*). Соответственно, правомерность вводимых математических абстрактов обосновывается не посредством аксиоматического метода (хотя о нем Кант также говорит), с помощью которого (resp. аксиом) задаются свойства того или иного класса математических «объектов», а путем выявления лежащих в основании той или иной абстракции возможных ментально-конструктивных действий по ее построению, которые предопределяют характеристики и область применения математического понятия[25].

---

[23] Ср. с различением «поверхностная vs. глубинная информация» Я. Хинтикки (Хинтикка, 1980, с. 182—228).

[24] Рассудок, по Канту, «работает» с уже готовыми понятиями и суждениями.

[25] Еще один механизм трансцендентальной абстракции математических предметов предлагает Э. Гуссерль. Речь идет о его теории абстрагирования из «Логических исследований», хотя к данному вопросу мыслитель обращается постоянно: и в своей более поздней работе «Идеи-I», и в небольшом манускрипте «О варьировании», включенном в сборник «Опыт и суждение» (Гуссерль, 2008, с. 327—365). В параграфе 2 «Идеальное единство вида и современные теории абстрагирования» из своих «Логических исследований» Гуссерль подробно рассматривает различные теории абстрагирования (Локка, Беркли, Юма, Милля и др.) и показывает, что все подобные концепции, имеющие эмпирическую направленность (восходящую к теории абстракции Аристотеля) неудовлетворительны. Генезис абстракции нельзя объяснить ни обобщением (локковская теория «общего треугольника»), ни индуктивным обобщением (Д. Юм), ни вниманием, которое сосредоточивается на главном и отвлекается от второстепенного (Ст. Лесневский). Понятно, что все подобные теории

Обратим внимание также на то, что по своей прагматически-конструктивной направленности трансцендентализм схож с программой эрлагенского конструктивизма (как одной из программ обоснования математики; П. Лоренцен (Lorenzen, 1974) и др.), но его принципиальное отличие состоит в статусе действий: для трансцендентализма это не физическое действие («конструкция»), обосновывающее некое математическое понятие, например, соотнесение «прямой» с лучом света, а «[ментальное] действие мышления», которое Кант соотносит со своей *схемой*.

Завершая тему математических предметов как абстракций, коротко коснемся еще нескольких моментов. Во-первых, рассмотренный выше принцип абстракции можно применять итеративно, порождая абстракции все более высоких уровней. С другой стороны, возникает проблема «спуска» и выявления первичных математических объектов и действий. Современная математика решает эту проблему: нахождение некоторых универсальных первичных элементов и связанных с ними действий, составляющих фундамент остальных математических абстракций, путем выделения некоторый фундаментальной математической прототеории (или даже «языка математики»), каковой в конце XIX века выступает теория множеств, а с середины XX века на это претендует теория категорий. Во-вторых, абстрактный характер математических объектов придает им, в отличие от конкретно-естественных объектов, безличный характер: мы не можем, например, отличить одну точку от другой или одну двойку от другой двойки[26], хотя именно в силу этой безличности математические рассуждения аподиктичны: ведь мы доказываем теорему для безличного математического объекта и тем самым для любого объекта этого типа, например треугольника вообще[27]. В-третьих, представляется совершенно справедливым по

предлагают в качестве своей предпосылки уже осуществленный акт абстрагирования как узрения некоего эйдоса (вида). Психологический же механизм подобного узрения эйдоса, или эйдетической интуиции, или «метода прояснения сущности» («Идеи-I», § 69), состоит в «свободном фантазировании» («Идеи-I», § 70), или процедуре варьирования (ср. с кантовским «произвольным синтезом [понятий], который может быть конструирован a prioi») (Кант, 1994, т. 3, с. 538; B 757). Она предполагает анализ данного предмета (или группы «видовых» предметов), различение в его составе главных («самостоятельных») и вспомогательных («несамостоятельных») частей и варьирование последних, что и позволяет нам «схватить» платоновский эйдос данного предмета, его глубинный «инвариантный фактор» (Р. Гудстейн). Причем свою процедуру варьирования Гуссерль иллюстрирует именно на примерах образования математических предметов. Например, если нам дан какой-то конкретный треугольник, то варьируя такие его второстепенные характеристики, как размеры сторон и величину углов, мы сможем схватить *эйдос* треугольника (ср. с кантовской схемой как «общезначимым созерцанием» (Там же, B 741), которая отвлекается от частностей, особенностей, единичных созерцаний).

[26] Неопределенность математических объектов в литературе получила название *проблемы Юлия Цезаря*: ведь референтом некоторого числа как абстрактного объекта может быть и Юлий Цезарь (Фреге, 2000). Ср. также с известным афоризмом Д. Гильберта: «Справедливость аксиом и теорем ничуть не поколеблется, если мы заменим привычные термины “точка, прямая, плоскость“ другими, столь же условными: “стул, стол, пивная кружка“!».

[27] Ср. с кантовской характеристикой схем как общезначимых созерцаний (Кант, 1994, т. 3, с. 158, 528; B 180, 741], которые приложимы ко всем предметам, подпадающим под данное понятие. Так, под схему треугольника подпадает любой треугольник: прямоугольный, тупоугольный или остроугольный (ср. с варьированием Гуссерля).

отношению к математическим абстракциям восходящее к Э. Малли[28] следующее «расщепление» стандартной предикации на два типа: экземплификацию и кодирование (Linsky, Zalta, 1995, p. 525—555). Стандартным образом предикация «x есть F» выражает экземплификацию предиката (свойства) F в физическом объекте x: объект x обладает свойством F, то есть *экземплифицирует* его. Соответственно, этот тип предикации может быть записан как *F(x)*. В случае же с абстрактными объектами дело обстоит иначе. С одной стороны, эти объекты неполны, поскольку у них нет полного набора свойств, характеризующих конкретные объекты[29]. С другой стороны, выражение «x есть F» представляет собой кодирование свойства *F* посредством вводимого объекта *x*. Так, выражение «2 есть простое число» следует понимать как введение объекта «2» (двойки), который кодирует свойство «быть простым числом», что можно записать посредством *(x)F*. Если «двойка» вводится по определению как простое четное число, то никаких других характеристик, кроме задаваемых в определении (таковы свойства простоты и четности), у «двойки» нет: содержание абстрактных сущностей беднее, чем конкретно-физических объектов, зато все их «закодированное» содержание полностью содержится в их дефиниции.

В силу этой безличности и неопределенности математические предметы объектами в точном (физическом, эмпирическом) смысле этого слова не являются. Тем самым, наряду с пониманием математических абстракций в качестве полноценных онтологических сущностей, хотя и принадлежащих, возможно, к миру «идей», то есть полнокровным математическим платонизмом, представители которого — такие известные математики, как Бернайс и Гедель, можно выделить еще три их возможные трактовки абстрактных объектов, онтологически более слабые. Заметим, что «Философия математики… есть онтология математических объектов» (Beth, 1965, p. 176).

Во-первых, это понимание абстрактных объектов как не(до)определенных конкретных объектов, то есть их трактовка в модусе возможности, а не действительности (Р. Ингарден, Дж. Хеллман (Hellman, 1989) и др.). Данная трактовка тяготеет к номинализму, а в своих радикальных версиях — к фикционализму (Х. Филд (Field, 1989)). Во-вторых, это понимание абстрактных объектов как субстантивированного набора свойств, развиваемое в работах *неологицистов* (Э. Залта, Б. Линский и др.[30]). Это достаточно влиятельная, наряду с объектным («полнокровным») платонизмом Геделя — Бернайса, версия математического платонизма, которая, однако, оставляет открытым онтологический вопрос о том, свойствами чего являются матема-

---

[28] См.: (Mally, 1912; http://plato.stanford.edu/entries/mally/).

[29] Указание *неполноты* математических абстракций представляет интерес в связи решением средневековой проблемы универсалий в свете различения универсалий и абстракций. Абстрактные объекты являются не *общими*, а *неопределенными a-объектами* (*a* — неопределенный артикль). Так, в «Основоположениях арифметики» Фреге (Фреге, 2000) соотносит математические числа с неопределенными предметами. В математике абстрактные объекты выражаются посредством переменных, которые при подстановке заменяются определенным *the-объектом*, или *индивидом*. Интересным здесь представляется различение между генерализацией и формализацией из § 13 «Идей-1» Э. Гуссерля. Формализация мыслится им как особый тип абстракции, эксплицирующий структурные характеристики той или иной математической деятельности (ср. с кантовскими схемами), причем возможно, что все основные математические абстракции имеют именно такую формальную природу.

[30] Представителями современного неологицизма (неофрегианства) выступают К. Райт (Wright), Р. Хэйл (Hale), Дж. Булос (Boolos) и др.

тические абстракции, каковыми, видимо, неявно полагаются конкретные (физические) объекты[31]. В-третьих, это понимание математических «объектов» в рамках активно развиваемого во второй половине XX века математического структурализма (Л. Витгенштейн, П. Бенацерраф, М. Резник, С. Шапиро (Shapiro, 1997) и др.), который выдвигает весьма радикальный тезис о *без-объектном* характере математического знания: математика занимается не *объектами*, а *структурами*, которые и определяют относительное место / позицию математических (квази)объектов в составе структур, а никаких математических объектов как полноценных сущностей нет[32]. Так, например, тройка — это не самостоятельный математический объект (число), а лишь то, что занимает «место» между двойкой и четверкой[33]. Причем такого слабого онтологического понимания математики вполне достаточно для решения главной задачи математической деятельности, а именно: выполнения математических операций и ответа на вопросы типа «тройка больше двойки?», «тройка меньше четверки?». В своих же радикальных версиях структурализм выдвигает тезис о том, что математика может обойтись даже без структур (Х. Филд (Field, 1980), Дж. Хеллман (Hellman, 1996), Дж. Берджес и Г. Розен (Burgess&Rosen, 1999)), что сближает его с крайним номинализмом и инструментализмом. Можно сказать, что в структурализме представлена третья из возможных трактовок математических абстрактов не как объектов или свойств, а как отношений[34]. Причем во всех своих вариациях структурализм тяготеет к антиреализму, в рамках которого возможно либо номиналистское понимание математических структур как наших языковых конструкций, либо концептуалистское понимание математической деятельности в качестве наших ментальных конструкций (Гуссерль, интуиционизм).

Абстрактный характер математических предметов, задаваемых посредством дефиниций, предопределяет абстрактный характер и двух других необходимых составляющих математического (по)знания: *аксиом и демонстраций* (построений, вычислений и доказательств), анализу которых будет посвящена вторая часть нашей статьи.

Список литературы

1. *Аристотель.* О душе // Аристотель. Соч. : в 4 т. М., 1975. Т. 1.
2. *Гуссерль Э.* О варьировании // Воображение в свете философских рефлексий. М., 2008.
3. *Кант И.* Критика чистого разума // Кант И. Собр. соч. : в 8 т. М., 1994. Т. 3.
4. *Кант И.* Пролегомены ко всякой будущей метафизике… // Там же. Т. 4.

---

[31] Заметим, что Э. Залта даже создал в Стэнфорде *Лабораторию Метафизических исследований* (Metaphysics Research Lab), задача которой — исследование математических [resp. метафизических] объектов. Это показывает, что современный математический платонизм (неологицизм) понимает абстракции в широком концептуальном (онтологическом) диапазоне от постулирования их в качестве объектов до свойств.

[32] В концептуальном плане структурализм предполагает переход от языка (онтологии) теории множеств (вещная онтология) к теории категорий (онтология отношений).

[33] Подобную трактовку предложил П. Бенацерраф, автор известной статьи «Чем числа не могут быть» («What Numbers Could not Be») (Benacerraf, 1965), которая стала манифестом структуралистского подхода в 70-е годы XX века.

[34] Подробнее об этом типе онтологии — «событийной» онтологии отношений («фактов») Витгенштейна см.: (Katrechko, 2008, p. 169—172).

5. *Кант И.* Метафизические начала естествознания // Там же.
6. *Кант И.* Избранные письма // Там же. Т. 8.
7. *Кант И.* Семь небольших заметок (1788—1791 гг.) // Кантовский сборник. 2012. №3 (41).
8. *Катречко С.Л.* К вопросу об априорности математического знания // Математика и опыт. М., 2003. С. 545—574.
9. *Катречко С.Л.* Моделирование рассуждений в математике: трансцендентальный подход // Модели рассуждений — 1: Логика и аргументация. Калининград, 2007. С. 63—90.
10. *Катречко С.Л.* Трансцендентальная философия математики // Вестник Московского университета. Сер. 7: Философия. 2008. №2. С. 88—106.
11. *Катречко С.Л.* О (концепте) числе(а): его онтологии и генезисе // Число : сб. ст. М., 2009. С. 116—133.
12. *Катречко С.Л.* Как возможна метафизика: на пути к научной [трансцендентальной] метафизике // Вопросы философии. 2012. №3.
13. *Катречко С.Л.* Трансцендентальная теория опыта и современная философия науки // Кантовский сборник. 2012. №4 (42). С. 22—35.
14. *Катречко С.Л.* Трансцендентализм Канта как особый тип философского исследования // Философия. Язык. Культура. СПб., 2013а. Вып. 4. С. 73—89.
15. *Катречко С.Л.* Платоновский четырехчастный отрезок (Линия): Платон и Кант о природе (специфике) математического знания // Вестник РХГА. 2013б. Т. 14, вып. 3. С. 172—177.
16. *Катречко С.Л.* Трансцендентализм Канта как трансцендентальная парадигма философствования // Кантовский сборник. 2014а. №2 (48). С. 10—25.
17. *Катречко С.Л.* О понимании термина «трансцендентальный» в кантовской философии // Философия. Язык. Культура. СПб., 2014б. Вып. 5. С. 22—34.
18. *Катречко С.Л.* Трансцендентальный анализ математической деятельности: абстрактные (математические) объекты, конструкции и доказательства // Доказательство: очевидность, достоверность и убедительность в математике. М., 2014в. С. 86—120.
19. *Катречко С.Л.* Математика как «работа» с абстрактными объектами: онтолого-трансцендентальный статус математических абстракций // Математика и реальность. Труды Московского семинара по философии математики. М., 2014г. С. 421—452.
20. *Лакатос И.* Доказательства и опровержения. Как доказываются теоремы. М., 1967.
21. *Новоселов М.М.* Логика абстракций (методол. анализ). М., 2000.
22. *Платон.* Государство // Платон. Собр. соч. : в 4 т. М., 1993. Т. 3. С. 293.
23. *Фреге Г.* Основоположения арифметики (логико-математическое исследование понятия числа). Томск, 2000.
24. *Хинтикка Я.* Поверхностная информация и глубинная информация // Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. М., 1980. С. 182—228.
25. *Юм Д.* Трактат о человеческой природе // Юм Д. Соч. : в 2 т. М., 1965. Т. 1. С. 128.
26. *Benacerraf P.* What Numbers Could not Be // The Philosophical Review. 1965. Vol. 74, №1.
27. *Beth E.* Mathematical Thought. Dordrecht, 1965.
28. *Burgess J., Rosen G.* Subject with No Object. Oxford, 1999.
29. *Field H.* Science without Numbers: a Defense of Nominalism. Oxford, 1980.
30. *Field H.* Realism, Mathematics and Modality. Oxford, 1989.
31. *Frege G.* Uber Sinn und Bedeutung // Zeitschrift fur Philosophie und philosophische Kritik. Leipzig, 1892.
32. *Hanna R.* Kant and the Foundations of Analytic Philosophy. Oxford, 2001.
33. *Hanna R.* Kant in the XX century. URL: http://spot.colorado.edu/~rhanna/kant_in_the_twentieth_century_proofs_dec07.pdf (дата обращения: 01.03.2015).
34. *Heck R.* The Julius Caesar Objection. URL: http://rgheck.frege.org/pdf/published/JuliusCaesarObjection.pdf (дата обращения: 01.03.2015).

35. *Hellman G.* Mathematics Without Numbers: Towards a Modal-Structural Interpretation. Clarendon Press, 1989.

36. *Hellman G.* Structuralism without Structures // Philosophia Mathematica. 4 (2). 1996. P. 100—123.

37. *Katrechko S.* Ding-Ontology of Aristotle vs. Sachverhalt-Ontology of Wittgenstein // Papers of the 31st International Wittgenstein Symposium. Kirchberg am Wessel, 2008. Vol. 16. P. 169—172.

38. *Katrechko S.* Transcendentalism as a Special Type of Philosophizing: Kant's transcendental Shift, Dasein-Analysis of Heidegger and Sachverhalt—Ontology of Wittgenstein // Papers of the 37th International Wittgenstein Symposium. Kirchberg am Wessel, 2014. Vol. 22. P. 147—149.

39. *Linsky B., Zalta E.* Naturalized Platonism versus Platonized Naturalism // Journal of Philosophy. 1995. №10. P. 525—555.

40. *Lorenzen P.* Konstruktive Wissenschaftstheorie. Frankfurt, 1974.

41. *Mally E.* Gegenstandstheoretische Grundlagen der Logik und Logistik. Leipzig, 1912.

42. *Rohlf M.* Immanuel Kant, 2010. URL: http://plato.stanford.edu/entries/kant/ (дата обращения: 01.03.2015).

43. *Rosen G.* Abstract Objects. URL: http://plato.stanford.edu/entries/abstract-objects/ (дата обращения: 01.03.2015).

44. *Shabel L.* Kant's Philosophy of Mathematics. URL: http://plato.stanford.edu/entries/kant-mathematics/ (дата обращения: 01.03.2015).

45. *Shapiro S.* Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology. Oxford, 1997.

Об авторе

Сергей Леонидович ***Катречко*** — канд. филос. наук, доц. школы философии факультета гуманитарных наук Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», skatrechko@hse.ru

A TRANSCENDENTAL ANALYSIS OF MATHEMATICS: THE ABSTRACT NATURE OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE

S. Katrechko

Kant's transcendental philosophy (transcendentalism) focuses on both the human method of cognition in general [CPR, B25] and certain types of cognition aimed at justifying their objective significance. This article aims to explicate Kant's understanding (resp. justification) of the abstract nature of mathematical knowledge (cognition) as the "construction of concepts in intuition" (see: "to construct a concept means to exhibit a priori the intuition corresponding to it"; [CPR, A713/B 741], which is "thoroughly grounded on definitions, axioms, and demonstrations" [CPR, A726/B 754]. Mathematical objects, unlike specific 'physical' objects, are of abstract nature (a-objects vs. the-objects) and are introduced (defined) within Hume's principle of abstraction. Based on his doctrine of schematism, Kant develops an original theory of abstraction: Kant's scheme serve as a means to construct mathematical objects, as an "action of pure thought" [CPR, B81]. The article investigates the ontological status of mathematical objects/abstractions and describes three possible ontologies — the understanding of mathematical objects/abstractions as: 1 complete objects (the ontology of things; "full-blooded Platonism"); 2) a substantivized set of properties (ontology of properties; E. Zalta); 3) relations (the ontology of relations; category theory, structuralism).

Key words: *Kant's transcendental philosophy (transcendentalism), transcendental method, transcendental pragmatism, Kant's theory of construction of mathematical concepts (mathematical cognition as construction of concepts in intuition).*

References

1. Aristotle 1975, *O dushe* [On the Soul]. In: Aristotle, Soch. v 4 t. [Works in 4 volumes], Moscow, 1975. T. 1.

2. Husserl, E. 2008, *O var'irovanii* [On imaginative variation]. In: Voobraj`enie v svete filosofskih refleksiiy [Imagination in philosophy reflection], Moscow.

3. Kant, I. 1994, *Kritika chistogo razuma* (1787) [Critique of Pure Reason (second edition)]. In: Kant, I. Sobranie sochinenij v 8 t. [Works in 8 volumes], T.3.

4. Kant, I. 1994, *Prolegomeny ko vsiakoy budushey metafizike, kotoraia mozhet poiavit'sia kak nauka* [Prolegomena to any Future Metaphysics] In: Kant, I. Sobranie sochinenij v 8 t. [Works in 8 volumes], T. 4, s. 5—133.

5. Kant, I. 1994, *Izbrannye pis'ma* [Selected Letters; letter's to M. Herz] In: Kant, I. Sobranie sochinenij v 8 t. [Works in 8 volumes], T.8, S. 57—136.

6. Kant, I. 1994, *Metafizicheskie nachala estestvoznanija* [Metaphysical Foundation] In: Kant, I. Sobranie sochinenij v 8 t. [Works in 8 volumes], T. 4, s. 247—372.

7. Kant, I. 2012, *Sem' nebol'shih zametok* (1788—1791) [Sieben kleine Aufsätze // Kant's Sämtliche Werke. Leipzig, 1862. Bd 4. S. 497—507] In: Kantovskiiy sbornik [The Kantovsky sbornik], 2012, №3 (41).

8. Katrechko, S.L. 2003, *K voprosu ob apriornosti matematicheskogo znanija* [On the question of a priori mathematical knowledge]. In: Matematika i opyt [Mathematics and Experience], Moscow, s. 545—574.

9. Katrechko, S.L. 2007, *Modelirovanie rassuj`deniiy v matematike: transcendental'nyiy podhod* [Modeling reasoning in mathematics: transcendental approach]. In: Modeli rassuj`deniiy — 1: Logika i argumentacija. Kaliningrad, 2007. s. 63—90.

10. Katrechko, S.L. 2008, *Transcendental'naja filosofija matematiki* [Transcendental philosophy of mathematics]. In: Vestnik Moskovskogo universiteta. Serija 7 «Filosofija [Philosophy]», №2, Moscow, s. 88—106.

11. Katrechko, S.L. 2009, *O (koncepte) chisle(a): ego ontologii i genezise* [About (concept of) the Number: it's ontology and genesis]. In: Chislo (sb. stateiy) [The Number], Moscow, S. 116—133.

12. Katrechko S. 2012, *Kak vozmozhna metafizika: na puti k nauchnoy [transcendental'noy] metafizike* [How is metaphysics possible: On the way to transcendental metaphysics] In: Voprosy filosofii, №3 [Problems of Philosophy].

13. Katrechko, S.L. 2013, *Transcendentalizm Kanta kak osobyy tip filosofskogo issledovaniia* [Kant's transcendentalism as a special type of philosophizing] In: Filosofiia. IAzyk. Kul'tura. Vyp. 4. SPb., s. 73—89.

14. Katrechko, S.L. 2014, *Transcendental'nyy analiz matematicheskoy deiatel'nosti: abstraktnye (matematicheskie) ob'ekty, konstrukcii i dokazatel'stva* [Transcendental analysis of mathematics: abstract (mathematical) objects, constructions and proofs]. In: Dokazatel's-tvo: ochevidnost', dostovernost' i ubeditel'nost' v matematike [Proof: evidence, credibility and convincing sequences in mathematics. Moscow Study in the Philosophy of Mathematics], Moscow, s. 86—120.

15. Katrechko, S.L. 2012, *Transcendental'naja teorija opyta i sovremennaja filosofija nauki* [Transcendental theory of experience and modern theory (philosophy) of science]. In: Kantovskiiy sbornik [The Kantovsky sbornik], №4 (42), s. 22—35.

16. Katrechko, S.L. 2013, *Platonovskiiy chetyrehchastnyiy otrezok (Linija): Platon i Kant o prirode (specifike) matematicheskogo znanija* [Plato's Divided Line: Plato and Kant about the nature (specific) of the mathematics]. In: Vestnik RHGA, T. 14, vyp. 3, s.172—177.

17. Katrechko, S.L. 2014, *Transcendentalizm Kanta kak transcendental'naja paradigma filosofstvovanija* [Kant's transcendentalism as transcendental paradigm of philosophizing]. In: Kantovskiiy sbornik [The Kantovsky sbornik], 2014, №2 (48), s. 10—25.

18. Katrechko, S.L. 2014, *O ponimanii termina «transcendental'nyiy» v kantovskoiy filosofii* [About the meaning of the term "transcendental" in the Kant's philosophy] In: Filosofija. JAzyk. Kul'tura. Vyp. 5. SPb., s. 22—34.

19. Katrechko, S.L. 2014, *Matematika kak «rabota» s abstraktnymi ob"ektami: ontologo—transcendental'nyiy status matematiche-skih abstrakciiy* [Mathematics as a "job" with abstract

objects: ontological-transcendental status of mathematical abstractions]. In: Matematika i real'nost' [Mathematics and reality]. Trudy Moskovskogo seminara po filosofii matematiki. Moscow, s. 421—452.

20. Lakatos, I. 1967, *Dokazatel'stva i oproverj`enija. Kak dokazyvajutsja teoremyc* [Proofs and Refutations]. Moscow.

21. Novoselov, M.M. 2000, *Logika abstrakciiy (metodol. analiz)* [Logic of abstractions]. M.: IFRAN; sm. takj`e ego stat'i [articles] «Abstrakcija» [Abstaction], «Abstraktnyiy ob"ekt» [Abstact object]. In: «Novoiy filosofskoiy enciklopedii [New Encyclopedia of Philosophy]». URL: http://iph.ras.ru/elib/0019.html

22. Plato. 1993, *Republic* [Republic]. In: Sobranie sochineniy v 4 t., Moscow. T. 3, s. 79—420.

23. Frege, G. 2000, *Osnovopoloj`enija arifmetiki (logiko-matematicheskoe issledovanie ponjatija chisla)* [The Foundations of Arithmetic]. Tomsk.

24. Hintikka, J.A. 1980, *Poverhnostnaja informacija i glubinnaja informacija* [Surface *Information* and Depth *Information*]. In: *Logiko-epistemologicheskie issledovanij'* [Logico-Epistemologic Research]. Moscow, s. 182—228.

25. Hume, D. 1965, *Traktat o chelovecheskoiy prirode* [A Treatise of Human Nature], in 'Sochinenija v 2 t.' Moscow. T. 1, s. 128.

26. Benacerraf, P. 1965, *What Numbers Could not Be* // The Philosophical Review, vol. 74, №1.

27. Beth, E. 1965, *Mathematical Thought*. Dordrecht.

28. Burgess, J., Rosen, G. 1999, *Subject with No Object*.

29. Field, H. 1980, *Science without Numbers: a Defense of Nominalism*. Oxford.

30. Field, H. 1989, *Realism, Mathematics and Modality*. Oxford.

31. Frege, G. 1892, *Uber Sinn und Bedeutung* // Zeitschrift fur Philosophie und philosophische Kritik, Leipzig.

32. Hanna, R. 2001, *Kant and the Foundations of Analytic Philosophy*, Oxford.

33. Hanna, R. 2001, *Kant in the XX century*. URL: http://spot.colorado.edu/~rhanna/kant_in_the_twentieth_century_proofs_dec07.pdf

34. Heck R. 1997, *The Julius Caesar Objection*. URL: http://rgheck.frege.org/pdf/published/JuliusCaesarObjection.pdf

35. Hellman, G. 1989, *Mathematics Without Numbers: Towards a Modal-Structural Interpretation*. Clarendon Press.

36. Hellman, G. 1996, *Structuralism without Structures*. In: *Philosophia Mathematica* 4 (2), p. 100—123.

37. Katrechko, S. 2008, *Ding-Ontology of Aristotle vs. Sachverhalt-Ontology of Wittgenstein* // Papers of the 31st International Wittgenstein Symposium (Vol. XVI). Kirchberg am Wessel, p. 169—172.

38. Katrechko, S. 2014, *Transcendentalism as a Special Type of Philosophizing: Kant's transcendental Shift, Dasein-Analysis of Heidegger and Sachverhalt-Ontology of Wittgenstein* // Papers of the 37th International Wittgenstein Symposium (Vol. XXII). Kirchberg am Wessel, p. 147—149.

39. Linsky, B., Zalta, E. 1995, *Naturalized Platonism versus Platonized Naturalism* // Journal of Philosophy, №10, p.525—555.

40. Lorenzen, P. 1974, *Konstruktive Wissenschaftstheorie*, Frankfurt.

41. Mally, E. 1912, *Gegenstandstheoretische Grundlagen der Logik und Logistik*, Leipzig.

42. Rohlf, M. 2010, *Immanuel Kant*; URL: http://plato. stanford. edu/entries/kant/ (data obraschenija: 01.03.2015).

43. Rosen, G. 2001, *Abstract Objects*; URL: http://plato.stanford.edu/entries/abstract-objects

44. Shabel, L. 2013, *Kant's Philosophy of Mathematics*; URL: http://plato.stanford.edu/entries/kant-mathematics/

45. Shapiro, S. 1997, *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*. Oxford.

About the author

Dr *Sergey* ***Katrechko***, Associate Professor, School of Philosophy, Faculty of the Humanities, National Research University Higher School of Economics; skatrechko@hse.ru