

Kowalewski 1924: 363; vgl. 343-344] erläutert Kant dieses Modell durch den Zusatz >polnische Freiheit<, die in der Reflexion 1501 als >Unding< bezeichnet wird [XV 790]." Kant, Immanuel: "Über den Gemeinspruch: Das mag in der Theorie richtig sein, taugt aber nicht für Praxis", "Zum ewigen Frieden", Hamburg, 1992. S.XXVI, Anm.

⁴ Zitiert nach dem von Werner Stark bearbeiteten Manuskript, das sich in dessen Besitz befindet.

⁵ Vgl. Kant, Immanuel: Zum ewigen Frieden. In: Kant's gesammelte Schriften. Hrsg. von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 8. Berlin, 1912. S.356.

⁶ Die philosophischen Hauptvorlesungen Kants. Hrsg. von Arnold Kowalewski. Hildesheim 1965 (Reprographischer Nachdruck der Ausgabe München 1924). S.357 f.

⁷ Vgl. Anm. 6.

⁸ Kant, Immanuel: Zum ewigen Frieden (wie Anm. 5). S.346.

⁹ Vgl. Anm. 5.

Г.Б. ГУТТЕР

Математическая онтология в свете кантовских категорий возможности и действительности

Важнейшая задача философской рефлексии состоит в определении онтологического статуса объектов мысли. Названная проблема предполагает разрешение двух связанных друг с другом вопросов: что позволяет сказать о некотором мыслимом предмете, что он существует; что вообще может быть названо существующим, т.е. что значит «существовать»? В настоящей работе мы попытаемся подойти к этим вопросам, основываясь преимущественно на математическом рассуждении. Однако основной нашей задачей будет попытка общего описания дискурса в его отношении к предмету. Путь, по которому мы намерены пойти, состоит, однако, не в том, чтобы исследовать этот предмет, а в том, чтобы рассмотреть основные структуры рассуждения о предмете. Применительно к онтологической проблематике вопросы, сформулированные выше, можно све-

сти в таком случае к следующему: каким образом должен быть представлен предмет в рассуждении, чтобы о нем можно было судить как о существующем. При таком подходе (который, по нашему мнению, уместно назвать *трансцендентальным*) естественным является обращение к философии Канта.

1. Категории модальности в математическом рассуждении

Обсуждать проблему существования, оставаясь в рамках «Критики чистого разума», довольно удобно, поскольку определение существования дано в этой книге явно. «Существование» – одна из трех категорий модальности, и Кант весьма подробно описывает, каким способом рассудок определяет предмет как существующий. С другой стороны, однако, определение существования (действительности) дается здесь в совокупности с определением двух других категорий модальности и может быть правильно понято лишь при сопоставлении с ними. Обратимся к непосредственному описанию обсуждаемых категорий: возможности, действительности и необходимости. Такое описание приведено в главе «Система всех основоположений чистого рассудка» и названо «Постулаты эмпирического мышления вообще».

«1. Что согласно с формальными условиями опыта (что касается наглядных представлений и понятий), то *возможно*.

2. Что связано с материальными условиями опыта (ощущения), то *действительно*.

3. То, связь чего с действительностью определяется согласно общим условиям опыта, существует *необходимо*» (B266, курсив Канта).

В какой мере категория действительности (т.е. существования в собственном смысле этого слова¹) может быть условием

¹ Во всяком случае, в таблице категорий, приводимой в «Аналитике понятий», второй из категорий модальности названо именно «существование» (B106), тогда как в «Аналитике основоположений» фигурирует термин «действительность».

знания о предметах математики? Чтобы установить это, обратимся к краткому разъяснению Канта по поводу соответствующего постулата.

«Постулат *действительности* вещей требует восприятия, т.е. ощущения и сознания, если не непосредственно самого предмета, существование которого должно быть познано, то, по крайней мере, связи его с каким-либо действительным восприятием согласно аналогиям опыта» (B272 – курсив Канта).

Едва ли рассуждение о математическом предмете может основываться на аналогиях опыта, призванных установить «реальные связи» (т.е. связь согласно законам причинности и взаимодействия). Следовательно, постулат действительности требует непосредственного восприятия предмета для познания его существования. Поэтому как о действительном можно говорить прежде всего только о единичном предмете, представленном благодаря ощущению. Есть ли вообще в математике такие предметы? Несомненно, есть, поскольку всякое математическое рассуждение, так или иначе, оставляет след на бумаге или на доске. Действительным является изображенный и непосредственно воспринимаемый математический символ, выписанная формула (конечная последовательность символов), начерченная геометрическая фигура. Но эти ли предметы представляют для математики основной интерес? Разве, например, в теореме о сумме внутренних углов треугольника говорится о неровном карандашном следе, о трех попарно пересекающихся на листе бумаги отнюдь не прямых линиях, которые непосредственно воспринимаются нами? Конечно же, нет. Речь идет о треугольнике «вообще», который нигде и никак не нарисован. Но в таком случае он и не действителен.

Может ли предмет знания не быть действительным (т.е. существующим) предметом? Ответ на этот вопрос легко угадывается благодаря присутствию в таблице категорий другой категории модальности. Предмет знания может быть *возможным* предметом. Сказанного здесь уже достаточно, чтобы предполагать, что именно о возможных предметах прежде всего и говорит математика. Математическая онтология есть по

преимуществу онтология возможного. Впрочем, по этому поводу нужны дополнительные разъяснения.

Вот что пишет Кант о первой из категорий модальности:

«Постулат *возможности* вещей требует, следовательно, чтобы понятия их согласовывались с формальными условиями опыта вообще. Но опыт вообще, т.е. объективная форма его содержит в себе весь синтез, необходимый для познания объектов» (B267 – курсив Канта).

Итак, вещь возможна, когда знание о ней содержит *весь необходимый синтез*. Следовательно, лишь осуществив этот синтез, т.е., получив полное знание о вещи, мы только и можем удостовериться в ее возможности.

Синтез, по Канту, состоит прежде всего в том, что к понятию, выступающему как субъект суждения, присоединяется признак (предикат), не содержащийся в понятии. Акт синтеза, таким образом, приводит к образованию нового понятия, содержание которого богаче, чем понятие первоначального субъекта суждения. Следовательно, говоря о реальной возможности, мы должны говорить прежде всего о возможности понятия. Оно возможно тогда, когда осуществлен его синтез.

Однако присоединение предиката к субъекту в синтетическом суждении невозможно как чисто рассудочное действие. Ему должен соответствовать синтез многообразия наглядного представления, производимый способностью воображения. Произнесение суждения, описывающего некоторое реальное² положение дел, необходимо сопровождается конструированием этого положения дел в пространстве и времени. Последнее

² В [7], с. 96-99 совершенно точно указывается на необходимость различать “реальное” и “действительное”. В противном случае выражение “реальная возможность” окажется оксюмороном. Реально то, что получено в результате синтеза, совершенного сообразно условиям опыта. Все действительное реально. Но реальным может быть и возможное. Вообще введение термина “реальный” представляется оправданным именно в смысле противопоставления реальной и логической возможности.

производится сообразно схеме понятия и необходимо представлено созерцанию в виде (по крайней мере) воображаемого предмета. Эта процедура подробно описана Кантом в главе о трансцендентальной дедукции категорий. Следовательно «весь синтез», требуемый для познания реальной возможности вещи, включает в себя как интеллектуальный синтез, так и синтез способности воображения. Здесь уместно уточнить, что может стоять за словом «вещь». Возможность чего, собственно, устанавливается. Мы видели уже, что устанавливается возможность понятия. Но конструирование, производимое воображением, согласно условиям чувственности, не может происходить без того, чтобы представить *образ*, воображаемый результат конструирования. Очевидно, что образ, наряду с понятием, также должен фигурировать в качестве возможного.

Итак, есть смысл говорить о возможности понятия и возможности образа. В самом деле, и то и другое, во-первых, соответствует формальным условиям опыта, а во-вторых, противопоставлено действительному, т.е. представленной в восприятии единичности. Иными словами, и понятие, и образ *возможны*, поскольку *могут быть осуществлены* (актуализированы). Впрочем, они возможны в разном смысле. Можно представить себе невозможное понятие (Кант приводит пример плоской фигуры, ограниченной двумя прямыми). Но образ возможен всегда, поскольку является результатом завершеного синтеза.

Разберем теперь все сказанное на примере геометрии. Едва ли можно спорить с тем, что евклидова геометрия является основным источником для философии математики Канта. Поэтому рассмотрение кантовских категорий на материале «Начал» Евклида можно считать модельным. Это, однако, поможет нам увидеть некоторые моменты применения указанных чистых понятий рассудка, которые оказываются существенными и для других областей математики, а возможно, и для всякого знания вообще.

Пять постулатов Евклида представляют собой пять первоначальных синтетических суждений, в которых конструируются начальные понятия геометрии. Важно то, что четыре из этих

пяти постулатов (несколько отличается от прочих четвертый постулат, утверждающий равенство всех прямых углов) суть не столько утверждения, сколько предписания. Они описывают некоторые операции, которые, будучи произведены, приведут к созданию первоначальных геометрических объектов: прямой, окружности, пары параллельных (или пары пересекающихся) прямых. Постулаты сформулированы, естественно, как общие суждения, и речь в них идет об общих понятиях (прямая вообще или окружность вообще). Важно, однако, что самая суть постулатов заключается в обнаружении *возможности* этих понятий. Они предполагают наличие *схемы* прямой или *схемы* окружности, сообразно которым могут быть построены соответствующие этим понятиям объекты. В частности, согласно двум первым постулатам, прямую в принципе *можно построить*. Как построить? Карандашом на бумаге или мелом на доске.

Последнее утверждение представляется, по-видимому, слишком категоричным. Прямую или окружность можно провести и в воображении. Заметим, однако, что, несмотря на такую возможность, почти всегда, даже при рассмотрении элементарных понятий, предпочитают пользоваться чертежами. Это обстоятельство представляется нам важным, вытекающим из сути математического дискурса, а отнюдь не из слабости нашей памяти. Мы вернемся к этой проблеме позже, а сейчас заметим лишь: синтетическое суждение, высказываемое в постулате, подразумевает не только возможность, но и действительность обсуждаемого объекта. Нам предстает не только понятие и образ, но также и чувственно воспринимаемый единичный предмет, который согласуется не только с формальными, но и с материальными условиями опыта.

Мы будем придерживаться той интерпретации «Начал» Евклида, о которой упоминает, например, Фридман (см. [5], с.88-89). Согласно этой интерпретации, постулаты вводят ряд элементарных операций (построений), которые рассматриваются как заведомо выполнимые. Любое другое построение будет выполнимым, если оно представляет собой последовательность этих элементарных операций. (Естественно, что при

дальнейшем изложении геометрии вместо элементарных операций могут фигурировать и более сложные построения, выполнимость которых показана ранее.) К разворачиванию такой последовательности выполнимых операций сводится не только решение задач на построение, но и доказательство теорем. Всякое геометрическое предложение формулируется как некоторое общее утверждение. Это значит, что в нем предполагается возможность какого-либо понятия. Важно увидеть, что в любом предложении (т.е. в синтетическом суждении) речь идет именно об одном понятии. Добавляя к субъекту новый предикат, мы не устанавливаем отношение двух понятий, а создаем одно новое. Например, когда мы утверждаем, что сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым, то предполагаем реальную возможность треугольника, обладающего названным признаком, т.е. мы говорим, что понятие «треугольник, сумма внутренних углов которого равна двум прямым», возможно. Выражение в кавычках неудачно в том смысле, что создает впечатление, будто равенство суммы углов указанной величине есть некий различительный признак, выделяющий определенный вид в роде треугольников. Последнее, конечно же, неверно. Синтетическое суждение, являющееся содержанием приведенной теоремы, создает новое понятие, которое мы попытались назвать с помощью приведенного здесь несколько неуклюжего выражения. Это понятие нетождественно понятию треугольника, так как предикат не выводится из понятия субъекта. Он присоединяется к нему в процессе синтеза.

Проводимое далее доказательство, призванное показать реальность возможности обсуждаемого понятия, как раз и заключается в разворачивании синтеза. Нам необходимо предъявить какую-либо построенную по правилам конструкцию, соответствующую понятию, реальная возможность которого доказывается. Конструкция должна быть сооружена в результате ряда действий, предписанных постулатами. Последовательность применения постулатов составляет схему рассматриваемого понятия, а возможность понятия будет установлена, когда будет завершено построение конструкции. Иными словами, возможность понятия будет установлена, когда мы предъявим со-

ответствующий этому понятию единичный предмет, воспринимаемый чувствами. В самом деле, произнеся сначала общее суждение, предполагавшее, что названное там понятие возможно, мы немедленно переходим к построению, выделяя некоторый единичный предмет (треугольник ABC, построенный на бумаге). Затем мы усложняем нашу конструкцию, проводя «дополнительное построение» (например, проводим через вершину треугольника прямую, параллельную основанию). За построением следует рассуждение, описывающее построенный нами единичный объект. Это рассуждение (представляющее собой цепочку силлогизмов, заключения которых являются *единичными* суждениями об отношениях между элементами сооруженной конструкции) завершается выводом, повторяющим общее утверждение теоремы³. Мы, таким образом, переходим от ряда единичных суждений к суждению общему, что, конечно же, не сводится ни к какому силлогизму. Заметим, однако, что рассмотрение суждений с точки зрения их количества является не единственно возможным. Сомнительность названного перехода исчезает, если сопоставить модальность этих суждений. Указывая на соотношение элементов в единичной конструкции (говоря, например, что сумма углов A, B и C в треугольнике ABC равна двум прямым), мы указываем на *действительный* объект. Переходя к общему утверждению («сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым»), мы

³ Соотношение единичного и общего в математическом доказательстве было описано, например, Хинтиккой. Для нашего рассуждения особенно интересно его обращение к схеме доказательства теоремы у Евклида. Согласно этой схеме, вся теорема разбивается на пять следующих частей: 1) общее утверждение; 2) экспозиция (построение единичного объекта, о котором идет речь в теореме); 3) детерминация или ограничение (переформулировка общего утверждения в терминах единичного предмета); 4) дополнительное построение; 5) доказательство; 6) вывод. Подробное описание этой схемы было дано Проклом в «Комментарии к Евклиду». Хинтикка считает ее парадигмальной для Канта. См. [6].

говорим о *возможности* понятия. Следовательно, мы переходим от более сильной модальности к более слабой.

2. *Возможное и действительное в отношении ко времени*

В главе «О схематизме чистых понятий рассудка» Кант, рассматривая условия применения категорий к явлениям, установил, что таковое возможно при посредстве «трансцендентального определения времени». Определение времени есть схема категорий, с помощью которой явление подводится под понятия рассудка (B178). Ниже мы попытаемся подробнее рассмотреть, что означает определение времени в математическом рассуждении. Разъяснения самого Канта по этому поводу кажутся чрезмерно краткими. Особенно это относится к категориям модальности. По поводу действительности он ограничивается единственной фразой: «Схема действительности есть существование в определенное время» (B184). Не претендуя на подробный комментарий кантовского текста, попробуем все же ответить на вопрос: как и чем определено время существования действительного предмета?

Действительный предмет явлен нам при экспозиции (см. сноску 3) или при построении. Экспозиция неизменно сопровождается фразой типа: «Пусть ABC – треугольник». Поскольку речь идет о единичном треугольнике, должно быть совершенно ясно – какой именно треугольник назван ABC. Ответ на этот вопрос может быть только один: «Вот этот, здесь и сейчас нарисованный треугольник». Даже если треугольник был нарисован раньше, указание на него происходит *сейчас*, в тот самый момент дискурса, когда возникла потребность (или желание) предъявить его как существующий, действительный объект. Поэтому время, определяемое схемой действительности, есть *настоящее* время. Конечно, действительный объект, будучи один раз построен, продолжает существовать и дальше. Но узнать о его действительности можно только при актуализации, т.е. при определенном событии дискурса. Актуально событие, происходящее сейчас. Точнее, актуален (действителен) объект, являющийся в происходящем ныне событии. Событие, проис-

шедшее в прошлом, не сохраняет своей действительности, но оставляет *след*.

Важно иметь в виду, что время определяется (в данном случае как настоящее время, как *теперь*) именно дискурсом. Проводимое (актуально) построение и сопровождающее его высказывание («Вот этот треугольник») выделяют настоящее по отношению к прошлому. Это выделение настоящего происходит благодаря наличию прошлого. Прежде всего это обнаруживается тогда, когда мы приступаем к описанию объекта, как это делается, например, при проведении доказательства. Произнося определенное суждение, мы адресуемся к чертежу как результату проведенного построения. Суждение, произносимое при доказательстве, также произносится теперь, но для него есть нечто, к чему оно относится как к уже происшедшему. Это происшедшее есть событие, оставившее след, и, поскольку мы имеем возможность обратиться к нему снова, т.е. вторично после построения, мы определяем его как *прошлое* по отношению к произносимому ныне суждению. Объект при этом должен быть вновь воспринят, т.е. вновь стать действительным. Будучи впервые актуализирован при построении, он повторно актуализируется при доказательстве. Ясно, что такая актуализация может происходить многократно. То, что остается после построения, т.е. то, что подлежит актуализации при доказательстве, мы и называем следом.

Выше мы говорили, что многократность воспроизведения, собственно, и означает общность. След, таким образом, есть общее для многих актуализаций. Он также есть *возможное* – он может быть актуализирован и поэтому находится в согласии с формальными условиями опыта. Но он не совпадает с понятием – хотя бы потому, что понятие может актуализироваться при другом построении и произвести еще один след. Впрочем, актуализация следа требует обращения к понятию, поскольку при ней должна быть задействована та же самая схема, сообразно с которой происходило построение. Поэтому математический дискурс носит отчасти герменевтический характер: глядя на данную графическую конфигурацию, мы воспроизводим ее смыслы, т.е. пытаемся прочесть ее. Под смыслом здесь под-

разумеается именно понятие. Каждый раз увидеть в следе одно и то же – значит воспроизвести одно и то же построение, т.е. актуализировать общее для всех этих построений понятие, действуя сообразно одной и той же схеме.

3. Дискретность и непрерывность в структуре дискурса

Теперь мы можем рассмотреть, как устроен дискурс, проводимый в геометрии. В нем, прежде всего, можно увидеть последовательность событий, сопряженных с актуализацией чего-либо (понятия или следа). Но всякая актуализация есть синтез, в котором определенное (понятием) построение сопровождается произнесением соответствующего синтетического суждения. Последнее может быть и единичным суждением, но произносится всегда, хотя бы в качестве указания на проведенное построение («пусть ABC – треугольник»). В доказательстве, как мы видели, производится то же самое действие: суждение сопрягается с построением, хотя в данном случае и неявным. Это, конечно, не построение, предъявляющее новый объект, а воспроизведение прежнего. Однако действие, производимое при этом, также является синтезом, соотносением некоторой конструкции с формальными условиями опыта. Благодаря такому действию конструкция, пребывавшая в виде следа, вновь становится действительной.

Таким образом, дискурс есть ряд следующих один за другим синтетических актов. Каждый из них сопряжен с определенным событием и определяет некоторый момент *теперь*. Совершение синтетического акта предполагает наличие действий, совершенных ранее, т.е. некоторых моментов прошлого. Как мы уже говорили ранее, статус прошлого создается наличием следа, с которым, так или иначе, сопряжено совершение нынешнего синтетического акта. Последовательность дискурса дискретна, поскольку каждое совершаемое действие (равно как и каждое событие) завершимо и все действия различимы, т.е. отделены друг от друга. Последовательность и дискретность дискурса определяет последовательность времени как ряд отличимых друг от друга моментов *теперь*. Каждый акт, отне-

сенный к моменту прошлого, может быть актуализирован, т.е. воспроизведен в настоящем.

Различимость синтетических актов и связанных с ними моментов времени подразумевает, что, следуя один за другим, они должны быть чем-то разделены. Предполагается некоторое *между*, т.е. какой-то промежуток, отделяющий один момент от другого. Проще всего этот промежуток обнаруживается в процедуре деления отрезка прямой. Рассмотрим подробнее это незамысловатое, на первый взгляд, действие.

Заметим прежде всего, что, прочертив отрезок прямой, мы, несомненно, произвели некий синтез, т.е. совершили некоторый синтетический акт. Однако – и в последующем мы еще изучим все следствия этого наблюдения – этот акт нельзя свести к одному моменту времени. В нем должно выделить по крайней мере два ясно различимых события: начало и конец прочерчивания отрезка. Мы ставим две точки, совершая тем самым два последовательных синтетических акта. Но отрезок – это не две точки. Отрезок – это то, что их разделяет, т.е. лежит *между* ними. Однако с этим «между» еще не связано никакого синтеза. Можно удовлетвориться первым постулатом Евклида, чтобы удостовериться в обоснованности нашего действия, но этого недостаточно, чтобы связать построенный предмет с каким-либо понятием. В частности, у нас пока отсутствует критерий для опознания прямой, т.е. для обнаружения ее отличия от любой другой линии, соединяющей две точки. Чтобы изучить структуру прямой, нам нужно исследовать различные лежащие на ней точечные конфигурации. Именно это, между прочим, было сделано при попытках исследовать геометрию прямой линии и построить аксиоматику прямой. Вариант такой аксиоматики, а также историю проблемы можно найти в книгах [3] и [4].

Первое действие, которое должно быть произведено, состоит, следовательно, в делении отрезка на две части. Ясно, что, строя новые точки на отрезке прямой, мы можем связывать с этими точками определенные суждения. Но всякая новая точка, появляющаяся на отрезке, будет появляться между двумя ранее построенными точками. Этот акт несколько отличен от тех,

которые мы обсуждали. Это не есть актуализация следа – происходит новое построение, в результате которого возникает не существовавший ранее объект. Однако оно все же не вполне новое, потому что присутствующий здесь след некоего построения (прочерченный отрезок) существенно определяет то, как будет поставлена точка. Ставя третью точку между двумя построенными, мы, с одной стороны, совершаем действие, *следующее* за двумя уже совершенными. Но, с другой стороны, мы вроде бы возвращаемся к прошлому по отношению, по крайней мере, к одному из двух названных событий. Если две точки определяют начало и конец отрезка, то точка, поставленная между ними, как бы извлекает нечто из предшествующего концу, но следующему после начала. В нашем дискурсе всякое событие связано с поставленной точкой. Но поставить точку между двумя другими – значит обратиться ко времени, когда ничего не происходило. Мы словно извлекаем событие из чистой потенциальности следа и определяем еще один момент *между* двумя уже бывшими моментами.

Таким образом, наряду с дискретной структурой времени, определяемой дискретной последовательностью событий дискурса, мы обнаруживаем еще и непрерывную его составляющую, то, что «протекает» между событиями. Если дискретное время, состоящее из последовательных моментов, наполнено событиями или синтетическими актами, то непрерывное время есть время чисто потенциального пребывания следа, такого следа, который еще не был связан ни с какой актуализацией. Поэтому след, подобно времени, имеет как непрерывную, так и дискретную часть. Воспроизведение (чистый повтор) возможен лишь по отношению к дискретной части следа. Непрерывная его часть оказывается некой средой, в которой происходят иные события и которая «заполняет» промежутки между дискретными точками, составляющими следы синтетических действий.

Не только деление отрезка на части позволяет различить непрерывную и дискретную составляющие в дискурсе. Для любых двух событий всегда найдется какое-то разделяющее их непроясненное «между», определяющее, однако, ход событий

дискурса. В теореме о внутренних углах треугольника мы можем (хотя это и не вполне точно) указать два события: построение треугольника (в экспозиции) и проведение прямой (в дополнительном построении). Между двумя этими действиями ничего не происходит. Но можем ли мы говорить, что их ничего не разделяет? Проведение прямой на определенном расстоянии от основания (которому она параллельна) означает определенность временного промежутка между двумя событиями. Если бы прямая была проведена ближе к основанию, промежуток был бы иным. Можно апеллировать к простому психофизиологическому обстоятельству: чем дальше друг от друга расположены две изображаемые на бумаге фигуры, тем больше времени нужно, чтобы перенести карандаш или проследить это расстояние глазами. Даже если считать такой аргумент неуместным в философском рассуждении, то все же надо согласиться, что структура расстояний, определяющая взаимное расположение различных элементов конфигурации, коррелятивна длительностям временных промежутков, разделяющих моменты построения этих элементов. Расстояния отсчитываются по прямой. Поэтому, определяя удаленность одного объекта от другого, мы так или иначе должны хотя бы мысленно соединить их отрезком прямой линии. Но чем длиннее отрезок, тем больше времени проходит между событиями построения его начала и конца – естественно, в масштабе одного дискурса. Точка, поставленная на отрезке при его проведении, была раньше, чем конец этого отрезка.

Вернемся теперь к нашему рассуждению об отрезке прямой. Мы видели, что его построение с самого начала подразумевает два синтетических акта, в результате которых появляется начало и конец отрезка. То, что происходит между этими двумя действиями, не есть вполне синтетический акт, поскольку не прояснено понятие прямой. Оно проясняется по мере построения новых точечных конфигураций между началом и концом отрезка. Но тогда подлинным событием построения мы можем считать лишь поставленную точку. Только такое действие может быть связано с моментом *теперь*, т.е. с настоящим. Иными словами, только точка *действительна*. Любая непре-

рывная линия, а значит и любая геометрическая фигура, всегда есть след, то непрямоугольное нечто, что находится между точками, производится между событиями. Можно, конечно, увидеть в непрерывном прочерчивании линии синтез, проводимый согласно определенной схеме, т.е. сообразно некоторому понятию. Именно это предлагает сделать Кант, разъясняя понятие экстенсивной величины (B203): «Экстенсивной я называю всякую величину, в которой представление целого делается возможным благодаря представлению частей (которое поэтому необходимо предшествует представлению целого). Я не могу представить линии, как бы мала она ни была, не проводя ее мысленно, т.е. не проводя последовательно всех ее частей, начиная с определенной точки и таким образом впервые начертая наглядное представление ее».

С одной стороны, описанная здесь процедура составления целого из подобных друг другу частей должна быть принята как процедура синтеза прямой линии, конструирующая также и понятие прямой. Но с другой стороны, приведенное разъяснение может показаться странным, поскольку превращает проведение прямой линии в актуально бесконечный процесс. Ведь каждая часть также состоит из частей, которые должны быть проведены прежде. Поэтому, завершив построение отрезка, мы должны будем «путем последовательного синтеза» завершить бесконечный ряд построений. В доказательстве тезиса первой антиномии сам Кант указывает на невозможность такого акта (B454).

Однако представление об отрезке как состоящем из частей возможно не прежде, чем произведено его деление. Иными словами, мы можем говорить о прямой как результате присоединения друг к другу более мелких отрезков лишь после того, как проведено построение ряда точечных конфигураций и исследована структура прямой линии. Такое исследование дает возможность сформулировать понятие прямой, которое, однако, отсутствовало в момент ее проведения. Кантовское определение линии как последовательности частей есть поэтому результат уже проведенного дискурса, причем такого, в ходе которого был совершен конечный ряд синтетических актов. Все

наши выводы о прямой линии, о взаимном расположении на ней точек и отрезков сделаны после построения на ней конечного числа точек, т.е. после того, как она разделена на конечное число частей. Именно такое деление и является синтезом в полном смысле слова. Проведение непрерывной линии таким синтезом считать нельзя, поскольку при таком построении не создается еще никакого понятия. Точнее, мы не знаем, какое понятие актуализируется.

Все сказанное приводит к несколько странным выводам. В любом геометрическом построении совершается два рода действий: проведение линий и выставление точек. Реальный синтез связан только с последним. Мы уже говорили, что лишь точка по-настоящему актуальна, только она может быть построена или воспринята в момент *теперь*, т.е. в настоящем. Любая более сложная конфигурация тут же уходит в прошлое и обращается в след. Но если это так, то синтетические акты, составляющие последовательность дискурса, ничем содержательно друг от друга не отличаются. Мы не можем указать ничего, чем одна точка отличается от другой, кроме места в пространстве и времени.

Таким образом, важным элементом выстраивания дискурса является факт чистого различия его элементов. Для природы дискурса определяющим оказывается не содержательное различие каких-то сущностей (понятий или объектов), а различие само по себе, различие того, что неразлично по содержанию.

Следовательно, определенность создаваемого в дискурсе объекта может возникнуть только как структура отношений между точечными актами. Эти отношения и определяются пространственно-временной локализацией каждого из них. «Место в пространстве и времени» – это не сущностная характеристика объекта, но указание на его положение относительно других, отличных от него объектов. То, что составляет сущность сложной конфигурации (геометрического объекта), сводится к системе отношений между простыми элементами (точками), о которых важно знать только то, что они отличаются друг от друга. Мы, однако, видели, что пространственное взаиморасположение точек коррелятивно их временной после-

довательности. Дискурс, разложимый на дискретный ряд следующих друг за другом событий, может содержать только временные отношения. Но эти отношения могут быть определены лишь длительностями временных интервалов между событиями. Таким образом, структура геометрического объекта должна быть определена темпоральной структурой дискурса.

Темпоральная структура, впрочем, не есть время дискурса. Дискурс об определенном предмете может быть повторен в любое время, которое в ходе дискурса организуется сообразно разворачиваемой темпоральной структуре. Темпоральная структура, таким образом, сама независима от времени. Она многократно воспроизводится в протекающем во времени дискурсе и фиксируется в виде пространственных конфигураций. Сама, однако, остается вне всякой фиксации. Это невидимая и неслышимая структура последовательности разворачиваемых во времени точечных событий содержит в себе принцип взаимодействия дискретных моментов непрерывного временного «наполнения». Иными словами, она содержит принцип «определения времени», производимого дискурсом.

Все, что мы сказали здесь о темпоральной структуре объекта, в полной мере относится к тому, что у Канта названо *трансцендентальной схемой*. Это – «правило синтеза способности воображения в отношении чистых форм в пространстве» (B180). Заметим, однако, что это правило есть руководство для построения объекта (порядок, последовательность действий), но не словесно озвучиваемая инструкция или описание. Последнее ближе к понятию, и именно к согласию с ним схема призвана привести конструируемый в пространстве объект.

Мы, следовательно, сталкиваемся здесь с какой-то таинственной частью мышления, которая, не имея никакого внешнего выражения, может быть описана лишь крайне приблизительно. На что бы мы ни указали, пытаясь указать на трансцендентальную схему (или на темпоральную структуру дискурса), это в любом случае будет не она, а либо понятие, либо образ, либо предмет. Сам Кант по этому поводу писал: «Этот схематизм нашего рассудка в отношении явлений и чистой формы их есть сокровенное в недрах человеческой души искусство, настоя-

щие приемы которого нам едва ли когда-либо удастся проследить и вывести наружу» (В181). В чем-то трансцендентальная схема сходна с музыкальным ритмом. Последний представляет собой структуру, организующую последовательность звуков и пауз, т.е. дискретную последовательность звучаний в некотором незвучащем континууме. Ритм не звучит и непосредственно не выражается в нотной записи. Звучащая музыка есть лишь единичное развертывание заданной ритмом структуры. Нотная запись называет ритм, т.е. рассказывает о нем или описывает его. Сам он остается вне звука и вне записи⁴.

4. Различие и тождество в дискурсе

Выше мы указали, что элементарные объекты, возникающие в результате синтетических актов (событий дискурса), отличаются друг от друга только местом и временем. Но структура сложного объекта, конструируемого в ходе дискурса, определяется схемой, т.е. вневременной структурой, только при актуализации которой и появляется различие элементов во времени. Не следует ли из этого, что актуальному (пространственно-временному) отличию элементов должно быть предположено какое-то вневременное различие? Естественно предполагать, что схема оказывается структурой отношений каких-то предметов, о которых известно лишь, что они отличны друг от друга.

Такой поворот дает прежде всего возможность уточнить, что, собственно говоря, означает одинаковость объектов. Выше

⁴ Проблема взаимодействия звучащего и незвучащего в музыке подробно рассмотрена в книге М. Аркадьева [1]. В ней музыкальное произведение представлено как развертывание звучания в непрерывной незвучащей среде, названной автором «музыкальным временем». Последнее не является безразличным вместилищем для звуков, но находится с ними в сложном взаимодействии. Подобное описание музыкального произведения оказывается неожиданно близким к нашему представлению математического дискурса.

мы говорили, что элементарные события дискурса ничем содержательно друг от друга не отличаются. Слово «содержательно» может означать лишь то, что возникающие при названных событиях объекты одинаковы. Ясно, что эту одинаковость мы не можем определить через сопоставление и выделение общих свойств. Для точек она может быть определена только отрицательно. Заметим, что, указывая на их различие в месте и времени, мы не обнаруживаем никаких других оснований для различения. Иными словами, мы не можем указать *специфических* различий между точками. Отсутствие каких-либо оснований для различения, кроме различия места и времени, и следует, по-видимому, называть *тождеством объектов*.

Различие, предопределенное схемой, уже не предполагает никакого тождества, потому что здесь не может идти речи об объекте. В ней задана структура чистого различия, реализуемая (и актуализируемая) в пространственно-временном различии объектов. Крайне затруднительно объяснить, в чем состоит эта структура различий, поскольку всякий доступный обсуждению предмет не может, как мы уже указывали, быть схемой именно в силу этой доступности. На наш взгляд, мы можем лишь упоминать о ней, обнаруживая в наших собственных построениях развернутый во времени процесс конструирования объекта, составляемого из *различимых элементов*.

1. Аркадьев. М. Временные структуры новоевропейской музыки. М., 1992.

2. Гутнер Г. Дискретность и непрерывность в структуре математического дискурса // Бесконечность в математике: философские и исторические аспекты. М.: Янус-К, 1997. С.242-265.

3. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. М.: Наука, 1978.

4. Каган В.Ф. Основания геометрии. Ч.2. М., 1956.

5. Friedman M. Kant and the Exact Sciences. Harvard University Press, 1994.

6. Hintikka J. Kant on the Mathematical Method // Monist. 51 (1967).

7. Leppakoski M. The transcendental How. Stockholm: Almqvist & Wiksel International, 1993.