И. С. КУЗНЕЦОВА

И. КАНТ О ВЛИЯНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ НА ФИЛОСОФСКОЕ

(по работам «докритического» периода)

Исследование соотношения философии и конкретных наук представляет собой весьма актуальную методологическую проблему. Обсуждение ее имеет значение и для уточнения специфики философского знания, и для изучения особенностей конкретно-научного знания, исследования способов его получения и обоснования, а также для углубления критики идеалистических и метафизических концепций.

Данная проблема имеет различные аспекты: это и вопрос о достоверности знания как философского, так и конкретно-научного, и вопрос о специфике философского доказательства, и проблема взаимовлияния философского и конкретно-научного знания.

Математическое знание занимает в системе наук одно из ведущих мест, и в самостоятельную науку математика выделилась одной из первых, поэтому рассмотрение соотношения математического и философского знания представляет особый интерес.

Диалектико-материалистическое исследование того или иного вопроса необходимо включает в себя освещение философского наследия. Без обращения к истории философии и математики трудно понять, почему сложились именно такие отношения философского и математического знания, чем отличается соотношение этих видов знания в настоящее время от прошлого их состояния, какова тенденция развития взаимовлияния исследуемых видов знания. «Чтобы понять современное состояние мысли, вернейший путь — вспомнить, как человечество дошло до него»[1]. И. Кант неоднократно обращал внимание на существенные стороны проблемы соотношения философского и математического знания, поэтому можно надеяться, что изучение теоретического наследия выдающегося немецкого философа поможет лучше понять и современное состояние проблемы. Мы остановимся на некоторых идеях Канта, высказанных им в работах раннего, так называемого «докритического», периода творчества.

Понятие соотношения предполагает различие компонентов, находящихся в каком-либо отношении, поэтому необходимо исследование этих компонентов: математического и философского знания.

Отношение может выступать в различных формах. Например, 1) относительная связь явлений, существующих самостоятельно, но взаимодействующих; 2) отношение — результат генетической связи; 3) связь предшествующего состояния с последующим; 4) отношение — результат сравнения. Рассуждая о проблеме соотношения философского и математического знания, следует прежде всего рассмотреть первую и четвертую формы отношений. Более того, изучая взаимодействие, точнее, взаимовлияние этих видов знания, в данной статье остановимся на влиянии математического знания на философское.

Известный исследователь философии математики Э. Бет пишет, что И. Кант утвердительно отвечал на вопрос о достоверности математики с точки зрения ее интуитивного характера, но упорно отрицал, что на базисе этого математического метода может быть построено основание для философии или что этот метод может послужить примером для философии [2]. Далее Э. Бет утверждает, что это учение Канта положило начало продолжающемуся и в настоящее время отчуждению между математикой и философией.

Обратимся к учению И. Канта. Рассматривая вопрос о влиянии математического знания на философское, Кант видел это взаимодействие математики в двух планах: 1) философия подражает методу математики; 2) философия действительно применяет положения математики к своим предметам (2, 81). Э. Бет прав, когда отмечает отрицательное отношение Канта к подражанию математическому методу в философии, но что касается второго вида приложения математического знания к философии, то «он оказался для тех ее разделов, которых он коснулся, тем более плодотворным, что как раз благодаря тому, что эти разделы философии пользовались учениями математики, они поднялись на такую высоту, на которую они иначе не могли бы притязать» (2, 81). Действительно, ряд философских категорий невозможно достаточно точно проанализировать без обращения к математике. Такой категорией является, например, категория количества. В нашей философской литературе имеется мнение, что надо различать философское и математическое понятие количества [3]. Это утверждение справедливо. Нельзя смешивать философские категории с понятиями других наук, тем более, что в современной математике нет понятия количества. Есть понятия числа, величины, множества. Когда математики говорят о количестве элементов множества, то имеется в виду число элементов множества, когда речь идет о количественных методах, то это — методы вычислений. Таким образом, как строгое понятие, подобное понятию натурального числа, функции и т. д., понятие количества в математике отсутствует. Но это не значит, что в данном вопросе философия не должна прибегать к услугам математики. Кант был прав, когда писал о том, что философия может брать из математических понятий наиболее общие признаки и тем самым обогащать свое содержание. В настоящее время ряд авторов обосновывает подход к исследованию философской категории количества как единства моментов числа и величины [4]. И на этом пути получены очень интересные, глубокие результаты.

Кроме понятия количества, существует группа понятий, которые требуют не только философского, но и математического исследования. И. Кант обращал внимание на категорию пространства. Он писал: «Метафизика пытается, например, постичь природу пространства и то внешнее основание, из которого можно было бы объяснить его возможность. В этом отношении ничего, по-видимому, не могло бы быть более полезным, чем откуда-то позаимствовать достоверные данные, дабы положить их в основу своих исследований. Геометрия доставляет нам некоторые такие данные, касающиеся самых общих свойств пространства» (2, 82). Хотя Кант имел в виду лишь эвклидову геометрию, он подметил важную сторону проблемы. Современные исследования показывают, что при рассмотрении категорий пространства и времени нельзя обойтись без соответствующих понятий математики. Например, А. М. Мостепаненко отмечает, что пространство и время обладают двумя основными классами свойств — топологическими и метрическими [5]. А это уже область математики. Концептуальные пространства геометрии служат средствами более глубокого познания и описания реального пространства.

Еще одним понятием, которое И. Кант считал достойным философского исследования, является понятие бесконечно малого. Он писал: «Понятие бесконечно малого, к которому математика так часто прибегает, высокомерно отвергается, тогда как на самом деле имеются все основания предположить, что его еще недостаточно понимают» (2, 82—83).

Применение в философии математических понятий Кант показал на примере введения в философское знание понятия отрицательных величин. Рассмотрим, как он использовал математическое понятие для формирования философских положений.

Исследуя понимание отрицательной величины в математике, Кант привел примеры, которые в какой-то мере воспроизводят историю возникновения этого понятия. Обобщением исследований Жирара, Штифеля и других явилось определение, данное Д. Валлисом, который характеризовал положительные и отрицательные числа как противоположные друг другу. Из этого понимания отрицательных чисел исходил и Кант, утверждая, что «одна величина по отношению к другой, когда она может быть соединена с ней только через противоположение, а именно так, что одна величина исключает из другой равное себе. Но это, конечно, есть отношение противоположности» (2, 88).

На основании этого определения Кант формулирует прямое и обратное правила и ряд требований, которым должно удовлетворять математическое отрицание (2, 90—92). Затем Кант рассмотрел применение понятия отрицательной величины в физике, психологии, этике. При этом удалось добиться определенного уточнения некоторых понятий данных наук (2, 93—94). И, наконец, опираясь на математическое понятие отрицательной величины, Кант формулирует онтологические утверждения:

1. Всякое исчезновение есть отрицательное возникновение.

2. Во всех происходящих в мире естественных изменениях сумма положительного не увеличивается и не уменьшается, поскольку она получается в результате того, что согласующиеся между собой (не противоположные друг другу) полагания складываются, а реально противоположные вычитаются (2, 105, 111).

Используя данное математическое понятие, Кант пытался объяснить некоторые гносеологические процедуры, например, абстрагирование: «Всякое абстрагирование есть не что иное, как устранение некоторых ясных представлений, которое для того и предпринимают, чтобы яснее представить себе остающееся... Таким образом, абстрагирование можно назвать отрицательным вниманием» (2, 106).

Показывая, как возможно применение математических понятий для формирования философских положений, И. Кант считал, что его «рассуждения представляют собой первые незначительные попытки, как это обыкновенно бывает, когда хотят открыть новые перспективы, однако подобные рассуждения могут привести и к весьма важным результатам» (2, 83). В самом деле, мысль И. Канта о влиянии математического знания на философское, о применении математических понятий для формирования философских положений оказалась плодотворной. Теперь, по-видимому, следует попытаться рассмотреть, почему такое влияние математического знания на философское оказывается возможным. Для этого необходимо исследовать исторический процесс возникновения некоторых математических и философских понятий.

Известный советский ученый Ю. П. Францев отмечал: «Факты показывают, что в истории человечества философская мысль возникла тогда, когда уже накопились знания, которые приходят в конфликт с традиционными верованиями. Философская мысль, как бы слабо она ни была развита, основывается на знаниях...» [7] Таким образом, философия по своему происхождению отличается от религии, но она отличается и от конкретных наук. Физика, например, обращаясь к изучению закономерностей природы, исследует некоторую предметную область, начинает с наблюдений, с направленных экспериментов. Так же поступают и в других науках. Философия непосредственно не имеет дела с предметами материального мира. Она использует результаты, уже полученные в других науках. Стремясь к познанию мира, его наиболее общих закономерностей, научная философия обращается прежде всего к истинным теориям, которые описывают какую-то сторону реальности. Когда философия начинает размышлять над этими теориями в общем плане, тогда сами эти теории выступают в качестве своеобразных метаэмпирических фактов [8]. В результате анализа, индуктивного обобщения создаются метаэмпирические понятия: пространство, время, качество, количество и другие. Физика, изучая твердое, газообразное и т. д. состояния вещества, создает истинные теории относительно тел, находящихся в каком-то состоянии, выявляет законы перехода из одного состояния в другое. Это же можно сказать о других науках. Индуктивно обобщая то общее, что существует в этих истинных теориях, философия приходит к созданию метаэмпирических понятий «качество» и «количество».

Итак, отметим, что такие философские категории, как «качество» и «количество», по своему происхождению являются метаэмпирическими понятиями и в современной теории рассматриваются с точки зрения единства различных моментов.

Поскольку категория количества анализируется с учетом моментов величины и числа, то обратимся к вопросу о формировании понятия числа.

Когда возникает вопрос о происхождении таких объектов математики, как числа, то начинают с рассмотрения понятия натурального числа. На связь понятия натурального числа с практической деятельностью человека, опираясь на работы Ф. Энгельса, указывали А. Д. Александров, С. А. Яновская. Детально рассмотрен процесс возникновения натуральных чисел, переход от них к рациональным, затем к действительным в работах Б. Чендова, Л. Брюнсвига, Ф. Гонсета [9]. Поэтому, не излагая подробно историю этого понятия, сделаем некоторые выводы.

Чтобы могло возникнуть понятие натурального числа, необходимо наличие реальных вещей, необходимо умение человека составлять совокупности, множества вещей, умение различать внутри множества отдельные элементы, приводить множества в соответствие друг с другом. Первоначально понятие числа не отделялось от этих сосчитываемых множеств, являлось именованным числом. В этом случае можно говорить об эмпирическом уровне познания мира, но математики на этом уровне не существует, ведь речь идет только об именованных числах: пять пальцев, пять камешков (Б. Чендов приводит пример о том, что у некоторых племен слово «рука» означает число 5, а выражение «весь человек» — число 20) [10]. В этом случае следует говорить не о математическом понятии числа, а только о реальных материальных объектах.

Математический объект — натуральное число — возник уже после того, как человек научился оперировать с этими именованными числами, установил то общее, что есть между, скажем, пятью пальцами и пятью яблоками. Понятие числа является результатом абстракции отождествления. Именно на это обращал внимание Ф. Энгельс [11].

После того, как понятие числа сформировалось, числа уже сами выступают как стандартные множества с относящимися к ним элементами множеств, с которыми оперируют, которые надо сосчитать. Числа становятся относительно самостоятельными объектами (абсолютизация этой самостоятельности приводит к платонистским взглядам Больцано, Брентано и Поппера: математические объекты рассматриваются как некие сущности наряду с материальными объектами).

Итак, речь уже идет не об именованных числах, а об абстрактном понятии числа. Понятие натурального числа возникает в результате индуктивного обобщения, размышления над некоторыми знаниями, некоторыми познавательными операциями (например, над операцией отождествления), т. е. понятие числа появляется на метаэмпирическом уровне исследования [12]. Отсюда можно сделать вывод о том, что создание метаэмпирических понятий количества и натурального числа происходило сходным образом.

Характеризуя категорию качества, которая также получена в результате метаэмпирического исследования, мы приходим к рассмотрению таких моментов, как непрерывность и дискретность. Если обратиться к истории понятия «непрерывность», то увидим, что имеются эмпирические предпосылки для его формирования. Это, во-первых, делимость материальных объектов без изменения свойств целого в частях. Д. Гильберт писал об этом: «Первым наивным впечатлением, производимым явлениями природы и материей, является впечатление чего-то непрерывного, континуального. Если мы имеем перед собой кусок металла или некоторой жидкости, то нам навязывается представление о том, что они неограниченно делимы, что сколь угодно малый кусок обладает опять-таки теми же свойствами» [13]. Размышления о процессе деления, о возможности повторения деления в достаточно широких пределах, о последовательности познавательных процедур (а это объект метаисследования) приводят к выводу о бесконечной делимости. Это выразил Анаксагор, утверждая, что в малом не существует наименьшего, но существует еще меньшее, так как невозможно, чтобы существующее исчезло в результате деления. Бесконечное деление не только не может уничтожить гомеомерии, но даже не в состоянии изменить их качественного состояния [14]. Эту же мысль зафиксировала аксиома непрерывности Архимеда. Таким образом, в математику это понятие вошло именно как результат метаисследования.

Во-вторых, основанием для возникновения понятия непрерывности является единство, связность, неразличимость частей целого. Такое представление получается при рассмотрении движения тела. Именно анализ апорий Зенона, посвященных движению тела, проводил Аристотель, исследуя понятие непрерывности [15]. При этом понимал введение понятия непрерывности как методологический акт, как средство, способ познания мира.

Таким образом, возникновение понятия непрерывности связано с метаэмпирическим исследованием процесса, способов познания движения тела, делимости объектов (в настоящее время в этом случае говорят об относительной неделимости объектов в данном классе взаимодействий, например, ядро атома неразложимо на элементарные частицы при обычных физических взаимодействиях, изучаемых классической физикой).

Дальнейшее развитие науки существенно обогатило содержание понятия непрерывности, но уже обращение к истории формирования этого понятия показывает, что и в философии, и в математике оно возникло в результате метаэмпирического исследования.

Разумеется, создание понятий философии и математики происходит не только метаэмпирическим путем. Однако исследование лишь этого уровня математического и философского знания уже показывает, почему не только возможно, но и необходимо при анализе ряда философских категорий обращаться к соответствующим понятиям математики.

Вернемся к кантовскому анализу понятия отрицательной величины и введению ее в философию. Приводя примеры, относящиеся к различным областям (решение вопроса о прибыли-долге и действии-противодействии), Кант показал процесс формирования этого понятия в математике, т. е. рассмотрел последовательность познавательных процедур, которые приводят к пониманию отрицания как отношения тех или иных объектов (или сторон их) друг к другу (2, 89—90), а так как изучение последовательности познавательных процедур — это объект метаисследования, то ясно, что в данном случае и понятие отрицательной величины является результатом метаисследования. Поскольку в роли метаэмпирических фактов выступали истинные теории (например, третий закон Ньютона), то очевидно, что понятие отрицательной величины является метаэмпирическим.

Те требования, которые Кант сформулировал для противоречащих определений, являются некоторыми общими высказываниями об исследовательской процедуре (например, необходимость того, чтобы противоречащие определения принадлежали одному и тому же субъекту) или о ее результате (например, требование того, чтобы в реальном противоположении оба предиката были положительными, но так, чтобы при их соединении следствия их устраняли друг друга) (2, 91), т. е. представляют собой метаэмпирические законы. Именно поэтому оказалось возможным их применение к анализу понятий психологии, этики, эстетики. Опираясь на проведенное метаисследование, Кант сформулировал и метаэмпирический закон, касающийся процесса абстрагирования. Нетрудно видеть, что этот метаэмпирический закон представляет собой то, что называют обычно методом познания.

Что касается онтологических утверждений, то Кант указывает, что весьма трудно решить, каковы отрицания в природе и других областях, поэтому без математического понятия общие высказывания не могли бы быть сформулированы (2, 112—113). Таким образом, видим, что метаэмпирические понятия, касающиеся изменения во Вселенной, создаются Кантом на основании метаэмпирических понятий математики и соответствующих им метаэмпирических законов.

Итак, обращение к теоретическому наследию И. Канта оказывается весьма полезным при решении одного из аспектов проблемы соотношения математического и философского знания, т. е. при изучении вопроса о влиянии математического знания на философское. Можно предположить, что при исследовании других сторон данной проблемы, при анализе не только метаэмпирического, но и других уровней философии и математики следует с вниманием отнестить к некоторым идеям И. Канта.

---

[1] Герцен А. И. Избранные философские произведения. Т. 1. М., 1946, с. 127.

[2] Beth E. W. Matematical Thought, Dordrecht, 1965, p. 4.

[3] Протопопов Ю. К. Методологические проблемы исследования диалектики конечного и бесконечного в математической науке. Саратов, 1970, с. 9—15.

[4] Бранский В. П. Философское значение «проблемы наглядности» в современной физике. Л., 1962; Ильин В. В. Онтологические и гносеологические функции категорий качества и количества. М., 1972; Маньковский Л. А. Логические категории в «Капитале» К. Маркса. — «Учен. зап. МГПИ им. В. И. Ленина», 1962; Мариничев Э. А. Гносеологическое значение понятий количества, величины, числа. — «Учен. зап. кафедр общественных наук вузов г. Ленинграда», 1967. Философия, вып. 8.

[5] Мостепаненко А. М. Методологическое значение категорий «пространство» и «время» для развития физической теории. — В кн.: Методологические аспекты материалистической диалектики. Л., 1974, с. 55.

[6] Мостепаненко А. М., Мостепаненко М. М. Четырехмерность пространства и времени. М.—Л., 1966, с. 19.

[7] Францев Ю. П. У истоков религии и свободомыслия. М., 1959, с. 501.

[8] Бранский В. П. Философские основания проблемы синтеза релятивистских и квантовых принципов. Л., 1973, с. 57.

[9] Александров А. Д. Общий взгляд на математику. — В кн.: Математика, ее содержание, метод и значение. М., 1956; Яновская С. А. Методологические проблемы науки. М., 1972; Чендов Б. Основни идеи на математиката и диалектическият материализъм. София, 1969.

[10] Чендов Б. Основни идеи на математиката и диалектическият материализъм. с. 23.

[11] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 37.

[12] О метаисследовании см.: Бранский В. П. Философские основания проблемы синтеза релятивистских и квантовых принципов, с. 56—58.

[13] Гильберт Д. Основания геометрии. М.—Л., 1948, с. 341.

[14] Джохадзе Д. В. Основные этапы развития античной философии. М., 1977, с. 50.

[15] Аристотель. Физика. М., 1936, с. 128—129, 197.