И. С. КУЗНЕЦОВА

И. КАНТ О ГНОСЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПРИРОДЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ АКСИОМ

Среди проблем философии математики одной из самых существенных всегда была та, которая касается гносеологической природы аксиом, сущности положений, составляющих основу математической теории. Кант, много размышлявший о природе математического знания, не оставил без внимания и эту проблему. Чтобы определить, что нового внес великий мыслитель в философию математики, решая вопрос о гносеологической сущности аксиом, необходимо обратиться к тем исследованиям, которые предшествовали трудам Канта, полезно также сравнить взгляды Канта с современным состоянием проблемы.

1.1. Вопрос об аксиомах был поставлен, можно сказать, почти одновременно с формированием математики как дедуктивной науки, т. е. в Древней Греции. На работы греческих математиков оказала влияние методология построения науки, предложенная Аристотелем. Он писал: «Под началами же в каждом роде я разумею то, относительно чего не может быть доказано, что оно есть. Следовательно, значение первого и того, что из него вытекает, принимается. То, что начала существуют, необходимо принять, прочее — следует доказать» [1]. В соответствии с этой установкой созданы «Начала» Евклида, который изложение геометрии строит так: перечисляются исходные утверждения, именуемые Евклидом аксиомами и постулатами, затем выводятся теоремы. Философскому объяснению подлежал не вопрос о том, почему именно так следует строить теорию, не вопрос о том, почему аксиомы не требуют доказательства. Это было ясно, так как Аристотель разумно утверждал, что начало доказательства не может быть предметом доказательства [2]. Необходимо было объяснить принцип, на основании которого выбираются аксиомы, требовалось уяснить характер положений, которые составляют фундамент теории.

В нашей литературе утвердилась точка зрения, согласно которой Евклид убеждает читателя в истинности аксиом при помощи специальной операции, вызывающей в уме образ с непосредственно очевидными свойствами [3]. Конечно, хотелось бы понять суть этой операции, но во всяком случае надо отметить, что сложилось представление, будто аксиомы Евклида не требуют доказательства потому, что истинность их очевидна. По-видимому, если и можно рассуждать об «очевидности» первых постулатов «Начал» Евклида, то знаменитый пятый постулат вызывает большие сомнения в таком подходе. Возможно, сам Евклид сознавал это, что и зафиксировано в той форме, которую он придал формулировке пятого постулата.

1.2. Против очевидности, основывающейся на показаниях чувств, выступили рационалисты.

Декарт утверждал, что истинность аксиом открывается интуицией. При этом под интуицией он понимал «не веру в шаткое свидетельство чувств, не обманчивое суждение беспорядочного воображения, но понятие ясного и внимательного ума, настолько простое и отчетливое, что оно не оставляет никакого сомнения в том, что мы мыслим, или, что одно и то же, прочное понятие ясного и внимательного ума, порождаемое лишь естественным светом разума и благодаря своей простоте более достоверное, чем сама дедукция»[4]. Таким образом, Декарт считал, что аксиомы евклидовой геометрии выбираются из тех соображений, что они мыслятся ясно и отчетливо.

Лейбниц не отрицал значения интеллектуальной интуиции, но считал, что интуитивно ясными должны быть определения[5]. Аксиомы же — это тождественные положения[6]. Особенностью воззрений Лейбница было то, что он считал, что существуют первичные аксиомы, более того, для построения математики достаточно одной аксиомы: «Великой основой математики является принцип противоречия или тождества, т. е. положение о том, что суждение не может быть истинным и ложным одновременно, что следовательно A есть A и не может быть не A. Один этот принцип достаточен для того, чтобы вывести всю арифметику, всю геометрию, а стало быть, все математические принципы»[7]. Надо заметить, что именно аксиомы Лейбниц считал аналитическими суждениями, остальные математические утверждения, новое знание он рассматривал как синтетическое.

Рационалистический подход требовал ответа на вопрос о том, как можно получить эти непосредственные положения, каким образом возможно ясное и отчетливое понятие, что является гарантией того, что получено при свете разума. Ответ связывался с идеей о предустановленной гармонии. В математике эта идея трактовалась как картезианское совпадение разума и мира. А это вело к онтологизации математических объектов. Надо отметить, что и вне математики эта идея была популярна. Например, аксиомы механики Ньютона явились теоретической основой законов Кеплера, дали возможность предсказывать местонахождение неоткрытых планет. Отсюда — уверенность в предустановленной гармонии. Даже Юм, сомневаясь в существовании причинных связей, не отрицал идеи предустановленной гармонии.

2.1. Кант не принял принцип предустановленной гармонии. Л. А. Калинников[8] справедливо отмечает, что отказ от этого принципа связан с естественнонаучными размышлениями философа. Именно во «Всеобщей естественной истории и теории неба» Кант изгнал предустановленную гармонию из мира механики Ньютона. Расправившись с этой важной для рационализма идеей, Кант должен был предложить свою версию, касающуюся гносеологической природы аксиом.

2.2. Прежде всего Кант размежевался с математиками, поставив вопрос о том, *что* математики называют аксиомами и какие утверждения в самом деле следует отнести к разряду аксиом. Он полагал, что математики неправильно понимают суть проблемы: «Ходячие, эмпирически применяемые правила, которые они заимствуют из обыденного разума, они считают аксиомами» (3, 608). Трудно сказать, кого из математиков имел в виду в этом случае Кант. Вряд ли можно предложить, что он вступил в полемику с кем-нибудь из современников, ведь он имел возможность обсуждать понимание сущности аксиом Евклидом или Лейбницем. Собственно, так он и сделал, и его выпад против математиков интересен не как отрицательное высказывание о подходе математиков, а как позитивное утверждение: аксиомами не могут считаться правила, выведенные из эмпирических данных.

Затем Кант возразил Лейбницу: «Только немногие из основоположений, предполагаемых геометрами, суть действительно аналитические суждения и основываются на законе противоречия. Однако они, будучи тождественными положениями, служат только для методической связи, таковы, например, суждения $a=a$, целое равно самому себе, или $a+b>a$, т. е. целое больше части» (3, 115). Отказывая аналитическим суждениям в статусе аксиом, Кант направил свою критику против понимания сущности аксиом, характерного для рационализма. Он выступил против отождествления аксиом с непосредственно ясными утверждениями. «В самом деле, положения, согласно которым одинаковые величины, прибавленные к равным величинам или вычтенные из них, дают одинаковые величины, суть аналитические положения, так как я в них непосредственно сознаю тождество создания одного количества с созданием другого, между тем как аксиомы должны быть априорными синтетическими положениями» (3, 239).

Таким образом, описывая состав математического знания, Кант выделил аналитические утверждения, которые служат для методической связи, и априорные синтетические положения, которые он отнес к разряду аксиом.

2.3. Рассмотрим подробнее те математические положения, которые Кант считал аксиомами. Он выдвинул мысль о том, что «математические аксиомы (например, между двумя точками можно провести только одну прямую линию) относятся даже к числу общих априорных знаний и поэтому в отношении случаев, которые можно подвести под них, справедливо называются принципами. Однако это еще не дает мне права утверждать, что я познаю это свойство прямых линий вообще и само по себе из принципов, так как (в действительности) оно познается только в чистом созерцании» (3, 341). В этом высказывании отметим два момента: 1) аксиомы — это априорные принципы; 2) свойства математических объектов выводятся не из аксиом, а познаются в чистом созерцании.

Если обратиться к определению понятия «принцип», то становится ясным, что Кант различал принципы по степени общности. «Синтетические знания из понятий... я называю принципами в абсолютном смысле слова, тогда как общие положения вообще можно назвать относительными принципами» (3, 341—342). Выделив два вида принципов — абсолютные и относительные, — Кант должен был определить, к какому виду принадлежат аксиомы. Но прежде он постарался описать различие между постулатами и аксиомами. Причем и здесь он пошел путем, отличным от традиционного. Евклид называл аксиомами исходные утверждения, общие для всей математики, например, если $a=b$, $b=c$, то $a=c$, а постулатами базисные утверждения геометрии. Кант же предложил называть постулатом «практическое положение, не содержащее в себе ничего, кроме синтеза, лишь посредством которого мы даем себе предмет и составляем его понятие, например, с помощью данной линии из данной точки на плоскости описываем круг; такое положение нельзя доказать потому, что оно требует именно того приема, лишь благодаря которому мы составляем понятие о такой фигуре» (3, 294—295). «Аксиомы суть априорные синтетические основоположения, поскольку они непосредственно достоверны... Математика может иметь аксиомы, так как посредством конструирования она может в созерцании предмета a priori и непосредственно связать его предикаты, как, например (в утверждении), что три точки всегда лежат в одной плоскости» (3, 613).

Удивительным кажется то, что аналитические положения Кант не возвел в ранг аксиом из-за того, что в них происходит непосредственное созерцание достоверности их, в то же время в определении аксиом фигурирует понятие «непосредственной достоверности». Но наша задача состоит не в том, чтобы уличить Канта в непоследовательности, а в том, чтобы постараться понять, какое содержание он вкладывал в понятие «непосредственной достоверности».

В случае аналитических суждений происходит осознание непосредственной достоверности, т. е. представление о достоверности — результат логической операции, в то время как аксиомы — результат операции, в которой важную роль играет созерцание. Кант был уверен, что «это чистое созерцание легко можно усмотреть в аксиомах геометрии и в любом умственном построении постулатов или даже проблем. Что в пространстве есть только три измерения, что между двумя точками можно провести только одну прямую, что из данной точки можно описать данным радиусом окружность — все это не может быть выведено из общего понятия пространства; это можно усмотреть только конкретно в нем самом» (2, 403). Созерцание необходимо для формирования как аксиом, так и постулатов, но если аксиомы — априорные синтетические положения, то постулаты — практические положения, т. е. они связаны с чистым созерцанием не непосредственно, а через эмпирическое созерцание.

Рассматривая аксиомы математики как априорные синтетические положения, Кант указал, что закон противоречия (столь важный, по мнению Лейбница) не определяет их истинность. Например, «...в понятии фигуры, образуемой двумя прямыми линиями, нет противоречия» (3, 282). Здесь Кант осуществил попытку вынести критерий истинности теории из этой теории, пытался вне самой теории обнаружить условия ее достоверности. В этом ему должно было помочь введенное различие между аксиомами и постулатами: на основании аксиом формулируются некоторые утверждения, создаются новые математические понятия, объекты, а затем при помощи постулатов, которые определяют приемы конструирования объектов, данный объект строится в пространстве. Выход за границы теории оказался достаточно своеобразным: все операции остаются в рамках математических размышлений, не выходят в другие области.

Таким образом, описывая состав математического знания, Кант разделил суждения на: 1) аналитические, которые представляют собой методические связи; 2) постулаты — практические положения, которые являются синтетическими и дают приемы построения объектов математики; 3) аксиомы — априорные синтетические положения; 4) полученные на основании пунктов 1—3 все остальные математические суждения, которые являются синтетическими.

3.1. Перейдем к обсуждению сущности аксиом, опираясь на материалы развития математики. Возникает сомнение в правомерности рассмотрения всех аксиом как утверждений, имеющих одинаковую гносеологическую сущность. В самом деле, история с попытками доказательства пятого постулата Евклида достаточно выразительно показывает, что уже в аксиоматике Евклида встречаются положения разного рода. Никому не приходило в голову заняться доказательством любого другого постулата, в то время как возможность доказательства пятого постулата «представлялась равносильной возможности априорного обоснования всей геометрии» [9].

3.1.1. Следует задуматься и над таким фактом. Для аксиоматического построения математического анализа необходимо как аксиому принять одно из следующих утверждений, относящихся к свойствам действительных чисел:

1. Критерий Коши.
2. Аксиома Дедекиндова сечения.
3. Лемма Гейне — Бореля.
4. Лемма Кантора.

5. Теорема Больцано — Вейерштрасса.

6. Теорема о монотонной возрастающей последовательности.

В этом случае, выбрав одно из указанных утверждений за аксиому, приходится доказывать остальные пять. Ясно, что рассуждения о самоочевидности основных положений здесь не проходят.

3.1.2. Стоит обратить внимание еще на одну особенность построения аксиоматической теории. Рассмотрим, например, как задается топологическое пространство.

Определение 1. Топологической структурой (или короче, топологией) в множестве X называют структуру, образованную заданием множества D подмножества X, обладающего следующими свойствами (называемыми аксиомами топологической структуры): (O_1) Всякое объединение множеств из D есть множество из D. (O_2) Пересечение всякого конечного семейства множеств из D есть множество из D. Множества из D называются открытыми множествами топологической структуры, определяемой посредством D в X.

Определение 2. Топологическим пространством называется множество, наделенное топологической структурой[10].

Но топологическое пространство можно наделить топологической структурой, заданной другими, в некотором роде противоположными аксиомами: (O_1') Всякое объединение конечного семейства множеств из D есть множество из D. (O_2') Пересечение всякого семейства множеств из D есть множество из D.

Тогда множества из D — замкнутые множества топологической структуры, определяемой при помощи D в X. Можно предложить еще систему аксиом, которая задает топологию. Причем, свойства объектов задаются именно аксиомами, и точка зрения на методику Евклида, которая получила распространение в нашей литературе, вряд ли соответствует действительности. С этой точки зрения подход Евклида характеризуется тем, что: 1) доказательство ведется дедуктивно; 2) используются только те свойства объектов, которые четко сформулированы в определениях; 3) другие свойства, даже если они подсказываются интуицией, в расчет не принимаются.

Сомнительно, что Евклид обольщался значимостью своих определений: ведь еще Аристотель указывал, что существование математических объектов обеспечивается постулатом или доказательством, а Евклид опирался на методологические установки Аристотеля. Поэтому не следует представлять себе дело так: сначала формируются математические объекты, затем формулируются аксиомы, которые должны соответствовать данным объектам. Именно такой подход приводит к идее самоочевидности первичных положений.

3.2. Рассматривая проблему происхождения аксиом, Ф. Клейн сделал такой вывод: «Результаты каких бы то ни было наблюдений имеют силу только в определенных пределах точности и при специальных условиях; устанавливая аксиомы, мы заменяем эти результаты положениями абсолютной точности и общности. В этом «идеализировании» эмпирических данных лежит, по моему мнению, истиная сущность аксиом»[11]. По-видимому, это слишком сильное высказывание, так как «идеализирование» эмпирических данных ничуть не делает яснее вопрос о том, почему утверждения 1—6, которые могут играть роль аксиом в математическом анализе, эквивалентны. Но кое-что можно извлечь из этой точки зрения, выраженной выдающимся математиком. Те первичные положения, которые Евклид именовал аксиомами, например, если $a=b$, $b=c$, то $a=c$, или его постулат, который постоянно упоминает Кант, о том, что через две точки можно провести прямую, возникли в результате обобщенных данных, полученных в процессе познания окружающего мира, в результате анализа познавательных операций, связанных с практической деятельностью.

Собственно, идеализированные математические объекты: точка, прямая — это уже метаэмпирические понятия. Тогда эти первичные положения — $a=a$, через две точки можно провести одну прямую — представляют собой метаэмпирические законы.

Именно то, что данные утверждения являются метаэмпирическими законами, объясняет их применимость к различным наукам и возможность различной интерпретации их: при определенных интерпретациях постулатов Евклида имеем систему высказываний о пространственных отношениях, либо имеем аналитическую интерпретацию, либо получаем нематематическую интерпретацию (например, теорию многообразий цветовых ощущений, предложенную Г. Грассманом).

3.3. Объяснив происхождение ряда аксиом, надо попробовать найти истолкование того состояния проблемы, которое выделено в пунктах 3.1.1 и 3.1.2. Необходимо понять, кроме того, в чем принципиальное отличие пятого постулата Евклида от тех утверждений, которые мы отнесли к метаэмпирическим законам.

Если присмотреться к пятому постулату, то видно, что он представляет собой синтетическое суждение, в котором к метаэмпирическим понятиям точки и прямой присоединяется еще понятие бесконечности, которое возникает в результате идеализации, но этой операции подвергаются не любые, а «общие» представления, т. е. понятие бесконечности — метаидеал[12].

Рассмотрим это утверждение подробнее, т. е. детальнее определим понятие бесконечности как метаидеал. В формировании метаэмпирического понятия «точка» идеализируются эмпирические понятия и теоретические представления, здесь имеем дело с абстракцией потенциальной осуществимости. В. П. Бранский отмечает, что в развитых эмпирических понятиях и теоретических представлениях их наглядные компоненты имеют количественную характеристику. Непосредственная идеализация эмпирических представлений и теоретических понятий невозможна, так как в эмпирических представлениях эти компоненты не выделены, а в теоретических понятиях они не наглядны. При стремлении одной из компонент к нулю остальные стремятся к предельным значениям. Например, в эмпирическом понятии твердого тела имеются четыре признака: масса, объем, форма и способность к определенным деформациям. Устремляя объем к нулю, в пределе получаем идеал «материальная точка» [13].

Обобщая понятия «материальная точка», «точечная масса» и т. д., приходим к понятию геометрической точки. Так как источником создания геометрического понятия точки являются теоретические понятия, идеалы и исследование операций, приводящих к их возникновению, то отнесем понятие геометрической точки именно к метаэмпирическим.

В случае формирования понятия «бесконечность» идеализации подверглись не эмпирические представления и теоретические понятия с последующим анализом и обобщением операций, которые привели к созданию идеалов, а «общие», фундаментальные понятия. В частности, Аристотель указывал, что мысль о беспредельном исходит из следующих оснований:

— из рассмотрения времени (оно не имеет конца);

— из делимости величин;

— только в том случае не иссякает возникновение и исчезновение, если есть беспредельное, из которого берется то, что возникает;

— конечное всегда граничит с чем-нибудь, откуда с необходимостью вытекает, что нет вовсе конечной границы, раз всегда одна вещь должна ограничиваться второй;

— в мысли нет предела [14].

Понятие времени — это метаэмпирическое понятие, размышление о делимости величин — это рефлексия над операцией математики. Как отметил А. С. Кармин, идеализации в случае формирования понятия бесконечности подвергаются процессы, отнесенные к движению, качеству, количеству [15]. Итак, идеализируются «общие» представления и понятия (время, делимость величин, беспредельность мысли и т. д., о которых говорил Аристотель, движение, качество, количество и т. д., которые вводит в рассмотрение А. С. Кармин). Поэтому понятие бесконечности, по определению, есть метаидеал. Значит, пятый постулат следует рассматривать как метаумозрительный принцип, так как данное утверждение включает в себя метаидеал. В пользу такого решения говорит и тот факт, что для любого метаумозрительного принципа можно сформулировать противоположный. Пятый постулат Евклида можно записать так: через точку, лежащую вне прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной. Тогда можно предложить некоторым образом противоположные утверждения: 1) через точку, лежащую вне прямой, можно провести сколько угодно прямых, параллельных данной (Лобачевский); 2) через точку, лежащую вне прямой, нельзя провести ни одной прямой, параллельной данной (Риман). Эти метаумозрительные принципы сравнимы с метаэмпирическими законами, которые записаны в виде аксиом евклидовой геометрии (исключая пятый постулат) и вместе с ними образуют непротиворечивую систему, что является признаком ее осмысленности.

Приведенные рассуждения позволяют предложить объяснение и того положения, при котором аксиоматическое построение математического анализа требует введения в виде аксиом одного из утверждений (1—6), перечисленных в пункте 3.1.1. Эти утверждения (1—6) относятся к действительным числам. Если обратиться к процессу формирования действительных чисел, то видно, что первым этапом является доказательство иррациональности $\sqrt{2}$, полученного пифагорейцами. В возникновении этого понятия не играла роли операция отождествления, как в случае натурального числа. Можно отметить, что открытие иррационального числа сделано в связи с исследованием геометрического среднего $a:b=b:c$. Чему равно геометрическое среднее единицы и двойки, двух священных символов пифагорейцев? [16]. Здесь произошел синтез понятий дискретной и континуальной математики, т. е. понятие иррационального числа — это уже не метаэмпирическое понятие, а конструктивное. Рациональные и иррациональные числа составляют действительные числа. Свойства метаконструктов выражаются при помощи метаумозрительных принципов. Свойства действительных чисел при аксиоматическом построении математического анализа фиксируются аксиомами, т. е. утверждения 1—6 представляют собой метаумозрительные принципы. Отсюда ясно, что можно формулировать различные метаумозрительные принципы, относящиеся к такому объекту как действительные числа. Они должны не вступать в противоречие с другими аксиомами, составляющими фундамент теории. Эти различные метаумозрительные принципы эквивалентны, поэтому достаточно выбрать один из принципов в качестве аксиомы. Апелляция к очевидности не принимается во внимание, так как никаких преимуществ у одного из принципов перед другими нет, и выбор аксиомы определяется соображениями удобства, установками дидактического характера и т. д.

Тогда становится понятным и случай, выделенный в пункте 3.1.2., где речь идет о задании топологии при помощи либо открытых, либо замкнутых множеств, т. е. на основании «противоположных аксиом». Эти аксиомы представляют собой метаумозрительные принципы, причем, если в случае создания неевклидовых геометрий противоположные принципы должны были быть совместимыми с метаэмпирическими законами, то здесь речь идет о непротиворечивости построений теории и совместимости с другими, уже развитыми разделами математики.

4.1. Теперь вернемся к рассуждениям Канта о гносеологической природе аксиом. Когда он выделял постулаты как те практические положения, которые дают приемы построения объектов математики, то фактически охарактеризовал три первых постулата геометрии Евклида, которые исчерпывающим образом описывают допустимые «элементарные построения»: возможность неограниченного продолжения любого отрезка, соединения отрезком двух данных точек плоскости, проведения окружности известного радиуса из известного центра. Здесь зафиксирован тот уровень развития науки, когда фигурирующие в геометрии аксиомы представляют собой метаэмпирические законы. Метаэмпирическими законами являются и те утверждения типа $a=a$, которые Кант выделил как аналитические суждения.

Интересно рассмотреть отношение метаэмпирических законов типа аксиом арифметики и первых аксиом геометрии, т. е. положений вида $a=a$, если $a=b$, $b=c$, то $a=c$ и утверждений вроде: через две точки можно провести прямую. Здесь полезно обратиться к идеям Канта об аналитических и синтетических суждениях. Аналитическими суждениями Кант назвал такие, в которых «связь предиката с субъектом мыслится через тождество» (3, 111), эти суждения бывают «лишь поясняющими и не прибавляют ничего к содержанию познания» (4 (I), 80). Синтетические суждения — это те, которые являются «расширяющими и умножают данное познание» (4 (I), 80). Оставляя в стороне полемику Карнапа, Куайна и др. по данному вопросу, рассмотрим исследования Я. Хинтикки, чья точка зрения кажется весьма привлекательной. Хинтикка стремится показать плодотворность кантовской традиции. Он отметил, что понимание аналитичности связано с представлением о том, что высказывание — это совокупность связанных понятий, но образовывать суждение эти понятия могут различным путем. Поэтому Хинтикка обращает внимание на способ, которым сконструировано высказывание, и предлагает такое понимание аналитичности:

4.1.1. Аргументальная ступень аналитична, если вывод является подпредложением одной из предпосылок. Тогда доказательство предложения S_1 из S_0 аналитично, если предложения, входящие в этапы доказательства, являются подпредложениями S_0 или подпредложениями S_1[17].

4.1.2. Аргументальная ступень аналитична тогда и только тогда, когда она не вводит в рассмотрение новых индивидов[18].

Аналитичность (4.1.1) связана с процессом доказательства, аксиомы же доказательству не подлежат, поэтому такое понимание аналитичности полезно при исследовании других утверждений математики. Для анализа гносеологической сущности аксиом следует обратиться к определению (4.1.2), которое позволяет отнести к этому типу аналитичности аксиомы арифметики, о которых идет речь. Вспомнив, что Кант называл аналитическими суждениями те, которые основаны на законе тождества и противоречия и предикат которых содержится в понятии субъекта, видим, что и эти параметры присущи аксиомам арифметики. С гносеологической стороны Кант характеризовал аналитические суждения как поясняющие. В самом деле, аксиомы арифметики поясняют, утверждают свойства чисел.

Понятия геометрии представляют собой результаты размышлений, обобщений операций, связанных с практической деятельностью человека. А эти операции вводят новые индивиды, указывают на правила построения объектов математики, т. е. не только утверждают свойства геометрических объектов, но и предлагают путь их построения (например, аксиома о том, что из данной точки указанным радиусом можно описать окружность). Кроме того, закон тождества-противоречия здесь не играет столь важной роли, так как описываются допустимые элементарные построения, а закон логики не определяет эти построения, хотя в рассуждениях об этих построениях не должен нарушаться. Таким образом, первичные аксиомы геометрии следует отнести к синтетическим метаэмпирическим законам.

Итак, те утверждения, которые Кант выделил как аналитические, представляют собой аналитические метаэмпирические законы, те утверждения, которые Кант именовал постулатами, представляют собой синтетические метаэмпирические законы.

4.2. Особенно интересной является мысль Канта об аксиомах как априорных синтетических суждениях. Аксиомы как метаумозрительные принципы являются априорными, т. е. они не являются следствием метаэмпирических законов, не выводятся из имеющегося знания, они — результат синтеза, творческого воображения, причем, как мы видели, возможна формулировка противоположных принципов. Эти аксиомы априорны в том смысле, что они не могут быть обобщением данных, обобщением законов естественных наук. Благодаря априорности аксиом мы получаем новое знание, не выводимое логическим путем из известного (яркий пример — попытки вывести пятый постулат Евклида из других аксиом). Но априорность аксиом как метаумозрительных принципов не тождественна кантовской априорности. Априорность аксиом относительна: аксиомы не являются результатом свойств разума, а формируются при помощи ряда операций (нелогического характера), они не являются необходимыми в Кантовом смысле, т. е. возможна не единственная система аксиом для данной теории, а существуют эквивалентные системы аксиом.

В целом рассмотрение данной проблемы позволяет прийти к выводу о том, что Кант сделал заметный шаг вперед по сравнению со своими предшественниками. Он выдвинул плодотворную идею: к аксиомам относят суждения разного типа. Аксиомы — это синтетические априорные суждения, в этой мысли Канта содержится много ценного. Если Кант и абсолютизировал относительную априорность аксиом, то это говорит скорее о недостатке математического материала, которым мог воспользоваться Кант, чем об «ошибке» мыслителя.

---

[1] Аристотель. Сочинения в четырех томах, т. 2. М., 1978, с. 274.

[2] См.: Аристотель. Сочинения в четырех томах, т. 1. М., 1975, с. 139.

[3] См.: Садовский В. Н. Аксиоматический метод построения научного знания. — В кн.: Философские вопросы современной формальной логики. М., 1962, с. 17.

[4] Декарт Р. Избранные произведения. М., 1950, с. 86.

[5] См.: Лейбниц Г. В. Новые опыты о человеческом разуме. М.—Л., 1936, с. 322.

[6] См. там же, с. 321, 358.

[7] Полемика Г. Лейбница и С. Кларка по вопросам философии и естествознания. Л., 1960, с. 40.

[8] См.: Калинников Л. А. Проблема философии истории в системе Канта. Л., 1978, с. 49.

[9] Норден А. П. Открытие Лобачевского и его место в истории новой геометрии. — В кн.: Об основах геометрии. М., 1956, с. 11.

[10] См.: Бурбаки Н. Общая топология. М., 1968, с. 17.

[11] Клейн Ф. Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований. (Эрлангенская программа) — В кн.: Об основаниях геометрии. М., 1956, с. 399—434.

[12] См.: Бранский В. П. Проблема синтеза релятивистских и квантовых принципов. Л., 1973, с. 63.

[13] Там же, с. 40.

[14] См.: Аристотель. Сочинения. Т. 1. с. 291—292.

[15] См.: Современные проблемы материалистической диалектики. М., 1971, с. 209—211.

[16] См.: Стройк Д. Я. Краткий очерк истории математики. М., 1969, с. 58.

[17] Hintikka J. Logic, Language, Games and Information. Oxford, 1973, p. 148—150.

[18] См.: Ibid. p. 136.

А. Н. ТРОЕПОЛЬСКИЙ

НОВЫЙ ИМПУЛЬС В ИССЛЕДОВАНИИ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИТИЧЕСКОГО И СИНТЕТИЧЕСКОГО

Иммануил Кант в своих основополагающих работах обосновал существование аналитических и синтетических суждений. И хотя Кант в качестве критериев различения аналитических и синтетических суждений выдвигал закон тождества и закон противоречия, все же он специально не исследовал важного методологического вопроса о квалификации логических законов в терминах «аналитическое» и «синтетическое». Специально этот вопрос был поставлен и исследован в современной логике, фи-