

ском обзоре. В целом он является автором 13 книг, многие из которых переведены на иностранные языки, им написано около 30 брошюр и более 300 статей по проблемам истории философии, диалектического и исторического материализма. Перечислим только такие широко известные его книги, как «Из истории польской философии XIX века» (1954); «Очерки по истории позитивизма» (1960); «Современный позитивизм» (1961); «Философия Давида Юма» (1967); «Проблема противоречия в диалектической логике» (1969); «Диалектическое противоречие и логика познания» (1969); «Готфрид Лейбниц» (1972); «Западноевропейская философия XVIII века» (1973); «Западноевропейская философия XVII века» (1974).

Профессор И. С. Нарский — один из главных вдохновителей и организаторов кантоведения в Калининградском университете. Ставшие традиционными Кантовские чтения при университете, настоящий сборник — во многом дело его души.

Это юбилейное послесловие к его очередной статье ни в коей мере не претендует на всестороннюю оценку многообразной и плодотворной научной и организаторской деятельности профессора Нарского.

Отметим только, что в любом направлении своих научных поисков профессор Нарский обнаруживает творческий подход, широкую эрудицию, доброжелательность, умение увлечь сложной проблемой многочисленных последователей, принципиальность в развитии фундаментальных принципов марксистско-ленинской философии в условиях быстро усложняющихся научных и социальных задач.

Поздравляем Игоря Сергеевича Нарского с шестидесятилетием, выражаем уверенность, что он многое еще сделает на благо советской философской науки и что его сотрудничество с калининградскими учеными будет развиваться и крепнуть.

## II. КАНТ О СПЕЦИФИКЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Без обсуждения вопроса о философии математики И. Канта вряд ли можно достаточно полно оценить его понимание природы научного знания. Эта тема весьма обширна. Она включает в себя ряд проблем относительно 1) специфики математических понятий, 2) статуса математических суждений, 3) отношения математики и теоретического естествознания, 4) взаимовлияния математики и философии. Все эти вопросы требуют подробного рассмотрения, однако, в данной статье остановимся на первом.

Вопрос о том, что представляют собой понятия математики, исследовался многими поколениями ученых, и Кант в своих размышлениях прошел ряд этапов, связанных с усвоением и преодолением существовавших концепций.

1.1. Предшественники кенигсбергского мыслителя придерживались в основном двух направлений в истолковании природы математических понятий. Г. Лейбниц стоял на позициях платонизма, считая, что объекты математического исследования причастны к миру идей и миру чувственно познаваемых вещей, что они являются и чувственными, и умопостигаемыми одновременно<sup>1</sup>. Эта мысль Лейбница содержала в себе материал для суждения о наглядности математики (так как объекты ее причастны миру чувственно познаваемых вещей) и для идеи о необходимости соединения таких их качеств, как чувственная познаваемость и умопостигае-

мость. Платонистская концепция осталась чужда Канту. В его ранних произведениях скорее заметно влияние аристотелевой традиции.

По мнению Аристотеля, математика при рассмотрении материальных вещей устраняет все чувственно воспринимаемые свойства: тяжесть, жесткость, теплоту, холод — и сохраняет только количественную определенность и непрерывность. Математика исследует «хотя и неподвижное, однако, пожалуй, существующее не самостоятельно, а относящееся к материи»<sup>2</sup>.

Сходную точку зрения высказывал и Р. Декарт. Рассматривая природу чисел и геометрических фигур, он отмечал, что число — это «то всеобщее свойство (natura), к которому должны быть причастны все вещи, сравниваемые между собой»<sup>3</sup>, геометрические объекты получены абстракцией «от простых вещей, как это бывает, например, когда мы говорим, что фигура есть предел протяженности»<sup>4</sup>. По-видимому, это традиционное понимание природы объектов математического познания — понятий числа, геометрической фигуры — привело Канта к первоначальному варианту концепции математического знания.

1.2. В ранней работе И. Канта «Мысли об истинной оценке живых сил» (1746) специфика математических понятий рассматривается в аристотелевом духе: их особенность заключается в том, что они извлекают «известные свойства, все же необходимо присущие естественным телам» (1,79). Эта же точка зрения проводится и в его работе «Исследование степени ясности принципов естественной теологии и морали», написанной в 1764 году, где Кант рассматривал числа и геометрические фигуры как простые отображения объектов действительности. Тогда математические утверждения оказывались высказываниями о чувственно воспринимаемых предметах: «...Сначала на место самих вещей ставятся их знаки с особыми обозначениями их увеличения и уменьшения, их отношений и т. д., а затем с этими знаками согласно легким и определенным правилам производят перемещение, сложение, вычитание и разного рода изменения, так что сами обозначаемые вещи остаются при этом совершенно вне сферы мысли до тех пор, пока в конце концов не расшифровывается значение символического вывода» (2,248—249). Отсюда видно, что деятельность математика Кант видел в том, что рассматриваются обычные материальные предметы, выделяются их математические свойства, производятся операции с этими свойствами и затем происходит возвращение к реальным предметам. Такая позиция И. Канта позволила П. Муи сделать вывод о том, что «в философии Канта трансцендентальный идеализм ограничен эмпирическим реализмом. Это происходит потому, что математика, определяющая философию, не является более картезианской, но ньютоновской, в основе же ньютонизма лежит эмпиризм, восходящий к Бэкону»<sup>5</sup>. (Муи считает Декарта платонистом<sup>6</sup> вопреки высказываниям самого Декарта<sup>7</sup>. Но сейчас не будем вдаваться в анализ рассуждений относительно Р. Декарта. Важно то, что в философии математики Канта проявилась тенденция к эмпиризму, что и отметил Муи).

Надо сказать, что стремление рассматривать математические понятия как эмпирические, т. е. как такие, в которых фиксируются вычленимые при помощи абстрагирования особенности группы предметов, существует и в наше время. Например, А. А. Глухова, А. М. Джигкаев утверждают, что «математика отвлекается от качественных особенностей объектов и исследует их количественную сторону, а потому использование ее в биологии и социологии означает игнорирование качественных особенностей, сведение качества к количеству — одним словом — механицизм»<sup>8</sup>.

Этот вывод о неприменимости математики в некоторых науках, отрицание эвристической роли математики были невозможны для Канта, который уже в те годы пытался использовать математику в психологии, этике, эстетике (см. например, «Опыт введения в философию отрицательных величин», 1763). И хотя он повторял, что геометрия — образец чувственного познания, рассуждал об эмпирических понятиях (2, 292—293), он все же считал, что и среди эмпирических понятий математические понятия — особые.

1.3. Размышления о математических понятиях И. Кант связывал с анализом предмета математики: «Так как предметом математики является величина, при рассмотрении которой обращают внимание лишь на то, сколько раз что-нибудь взято, то совершенно очевидно, что такого рода познание должно покоиться на немногих и очень ясных основных понятиях общего учения о величинах (которое, собственно, и составляет общую арифметику» (2, 250). Определив, что предметом арифметики является понятие величины, Кант задумался о том, что представляют собой величины, и он отметил, что понятия величины вообще, множества, пространства и т. д. неразложимы в математике, их расчленение и определение вовсе не относятся к этой науке (2, 250). Здесь Кант выделил существенную особенность математических понятий: для образования таких простых эмпирических понятий, как «дерево», «яблоко», мы обращаемся к рассмотрению материальных вещей. Для обоснования эмпирических понятий, например, физики, нет необходимости обращаться к другим наукам, формировать понятия на основании данных других наук. Первичные понятия математики не определяются в рамках самой математики, они опираются на нечто вне математики. Этот вывод Кант сделал, исходя из практики математиков. Н. Бурбаки отмечает, что уже греческие математики, по-видимому, не надеялись на возможность истолкования «первоначальных понятий», служивших им исходной точкой — прямой линии, поверхности, отношения величин; если они и дают им определения, то это, очевидно, для очистки совести, не питая иллюзий относительно их значимости<sup>9</sup>. Эти первичные понятия, считал Кант, опираются на расчленение и определение в других науках. Сама же «математика приходит к своим понятиям синтетически» (2, 264).

Здесь следует обратить внимание на мысль о том, что первичные понятия математики получаются синтетически, опираясь на результаты познавательных процедур (расчленение и определе-

ние) в других науках. Эта идея не встречается ни у предшественников Канта, ни у философов, писавших о природе математического знания после него. Правда, Кант не объяснил, что подвергается синтезу при формировании первичных математических понятий. Но из его определения: «Именно синтез есть то, что, собственно, составляет из элементов знание и объединяет их в определенное содержание» (3,173), — можно сделать вывод о том, что другие науки дают эти элементы, а математические понятия являются обобщением их.

По мнению Канта, синтез играет роль не только в формировании первичных понятий математики, но и в создании более сложных объектов математического исследования. Например, Кант рассуждает о возникновении понятий трапеции и конуса (2,246), которые являются, по его мнению, результатом произвольного соединения понятий о прямых линиях в первом случае и произвольного представления о вращающемся треугольнике во втором.

Относительно подобных объектов уже Аристотель заметил, что определение еще не влечет существования, что кроме этого нужны либо постулат, либо доказательство. Именно так и поступал Евклид: он позаботился о постулировании существования круга и о доказательстве существования равнобедренного треугольника, квадрата и т. д. по мере того, как он вводил их в свои рассуждения. Эти доказательства являются «конструкциями», т. е. он предъявляет, опираясь на аксиомы, математические объекты и показывает, что они удовлетворяют проверяемым определениям<sup>10</sup>. Таким образом, говоря о конструировании таких объектов, как трапеция, конус, Кант опирался на практику математического исследования. Правда, он не входил в детали, связанные с постулированием или доказательством. Во всяком случае, Кант отметил, что математика вследствие синтетического характера ее понятий имеет такую особенность: то, что она не имеет в виду представить в своем предмете через дефиницию, в нем и не содержится (2, 264). Свойства математических объектов перечисляются в аксиомах. Если считать аксиомы неявными определениями, то, действительно, в объекте не содержится ничего сверх того, что определено через дефиницию. Отсюда можно сделать вывод, что Кант настаивал на идее конструирования понятий математики потому, что это соответствовало тому взгляду на математику, который развил Евклид в своих «Началах».

Говоря о роли синтеза в конструировании математических понятий, Кант еще не отказался от мысли об эмпиричности их. Но по привычке додумывать все до конца он сделал весьма интересный вывод из рассуждений об эмпиричности понятий геометрии. Он отметил, что если свойства пространства опытным путем заимствованы из внешних отношений, то аксиомам геометрии присуща лишь та ограниченная общность, которая приобретает индукцией. Геометрия в этом случае не имеет характера абсолютной всеобщности и необходимости, и можно ожидать, как это случается в эмпирических науках, что когда-то будет открыто пространство, обладающее другими изначальными свойствами, и, может

быть, даже прямолинейная (фигура) из двух линий (2, 405). Но существование разных геометрий совершенно невозможно для Канта\*, так как он был уверен в необходимости и всеобщности геометрии Евклида. Вот эта выявленная Кантом антиномия: всеобщность и необходимость математики опирается на чувственные представления, которые единичны и случайны, — заставила его пересмотреть свои взгляды на природу математических понятий. Правда, следы его первоначальных воззрений можно обнаружить и в новой концепции.

1.4. Прежде всего Кант не мог отказаться от идеи о выдающейся роли созерцания в создании математических понятий. Чтобы сохранить эту идею, он выдвинул в «Критике чистого разума» мысль о том, что созерцание в математике является чистым. По мнению Канта, понятие само по себе беспредметно, оно еще не дает знания. Если к понятию присоединяется эмпирическое созерцание, получаем пример для понятия; если к понятию присоединяется чистое созерцание, то происходит конструирование понятий (3, 600, 201, 603, 605, 251).

В чистом созерцании должна выразиться «общезначимость для всех возможных созерцаний, подходящих под одно и то же понятие» (3, 600). Объясняя, как это возможно, Кант писал, что в основе понятия о треугольнике лежит общее чувство конструирования этой фигуры. При этом созерцание может оставаться чистым или треугольник можно строить на бумаге. Но и в том и в другом случае понятие имеет всеобщий характер, так как в созерцании конструирование происходит путем, свободным от частных определений и ограничений. Тем самым математика рассматривает «общее в частном и даже единичном».

Рассмотрим подробнее, что имеет в виду Кант, говоря о чистом созерцании, о конструировании понятий.

1. Представляем некоторый треугольник, который можем начертить на бумаге. Тогда получим предмет эмпирического созерцания. Все, что можно сказать об этом предмете, относится к единичному. Знание об этом треугольнике не представляет собой особой ценности (3, 323, 603).

2. Используем «схему» треугольника. «Схема» треугольника — это правило, при помощи которого можно построить любой треугольник, причем соответственно понятию треугольника. «Схема» — объект чистого созерцания, она осуществляет связь понятия и наглядного образа.

3. Тогда начерченный на бумаге треугольник может служить «...для выражения понятия без ущерба для его всеобщности, так как в этом эмпирическом созерцании я всегда имею в виду только действие по конструированию понятия, для которого многие определения, например, величина сторон и углов, совершенно безразличны, и поэтому я отвлекаюсь от этих разных определений, не изменяющих понятия треугольника» (3,600).

\* Это утверждение оспаривается рядом исследователей. См. например: Те в-за дзе Г. Иммануил Кант. Тбилиси, 1979, с. 86, который ссылается на мнение Г. Мартина и др. (*Прим. ред.*).

Итак, «схема» — это способ деятельности, который состоит в построении образов соответственно понятию, соответственно всеобщему (ведь понятия математики характеризуются необходимостью и всеобщностью). Эта идея тоже не встречается ни в одной другой философии математики: сначала составляется понятие, затем обнаруживается его интерпретация.

Рассуждая о роли чистого созерцания, Кант ввел различие между геометрией и алгеброй по признаку применения этого вида созерцания. В геометрии чистое созерцание опирается на конструкции, в которых, хотя и схематически, но все же изображаются сами предметы; в алгебре конструкции состоят из символов, которыми обозначаются величины и операции над ними (3, 602—603). В алгебре происходит конструирование при помощи символов (3,14). Созерцание символических конструкций имеет своим объектом расположение и отношение символов. Описывая применение созерцания, Кант пытался найти то общее, что заставляет отнести алгебру и геометрию к одной науке — математике, и то, что различает их. Это достаточно серьезная проблема. Кант коснулся одного ее аспекта: формирования понятий.

Мысль о том, что созерцание в математике является чистым, приводит Канта к идее априорности математических понятий. Априорные понятия — это та форма знания, при помощи которой из чувственных ощущений возникает целостный образ: «...Единственное, что рассудок может делать а priori, — это антиципировать форму возможного опыта вообще, и так как то, что не есть явление, не может быть предметом опыта, то рассудок никогда не может выйти за пределы чувственности, в которой только и могут быть даны нам предметы» (3,305). Эту функцию формы знания выполняют и понятия математики. Рассматривая применение понятий геометрии к объектам материального мира, Кант отмечал априорность и необходимость этих понятий как формы знания об объекте. Например, «эмпирическое понятие тарелки однородно с чистым геометрическим понятием круга, так как круглость, которая в понятии тарелки мыслится, в чистом геометрическом понятии созерцается» (3, 220). Это геометрическое понятие определяет тот процесс, в котором ощущения переходят в единый образ данного предмета.

Такое понимание специфики математических понятий позволило Канту выдвинуть объяснение того, почему математика оказывается применимой к познанию материального мира, объяснение того, каким образом оказываются возможными эмпирическое созерцание и формирование эмпирических понятий. «Эмпирическое созерцание возможно только посредством чистого созерцания (пространства и времени); поэтому все, что геометрия говорит о чистом созерцании, безусловно, приложимо и к эмпирическому созерцанию, и все увертки, будто предметы чувств могут не соотносываться с правилами построения в пространстве (например, с бесконечной делимостью линий или углов), должны отпасть, так как тем самым мы бы отрицали объективную значимость пространства и вместе с ним всей математики и утратили знание о

том, почему и насколько математика приложима к явлениям (3, 240). В этом объяснении можно увидеть некоторый платонизм: по мнению Платона, мир строится по законам математики, поэтому его можно познать при помощи математики; по мнению Канта, геометрия диктует законы эмпирическому созерцанию, при помощи которого познаются явления. Может быть, здесь мелькнула тень Лейбница, философия математики которого была известна Канту. Во всяком случае Кант решительно выступал за то, чтобы математика имела практическое применение. «Хотя все эти основоположения и представления о предмете, которыми занимается эта наука, порождаются в душе совершенно а priori, тем не менее они не имели бы никакого смысла, если бы мы не могли каждый раз показать их значение на явлениях (эмпирических предметах)» (3,302). Следовательно, априорные понятия, составляющие основу математики, приобретают познавательное значение только при обращении к эмпирическим предметам.

Итак, теперь в концепции математического знания Кант заменил эмпирические понятия априорными: «Математика дает самый блестящий пример чистого разума, удачно расширяющегося самопроизвольно, без помощи опыта» (3, 599). При этом Кант предложил такое определение: «Математическое знание есть познание посредством конструирования понятий» (3, 600). Если процесс конструирования эмпирических понятий в общем понятен: происходит комбинирование, или, как говорил Кант, произвольное соединение первичных элементов, — то выяснение гносеологических условий возможности априорных понятий является задачей философии, считал Кант.

Займемся этой задачей, рассмотрим, что представляют собой понятия математики.

2.1. Анализ «Математических рукописей» К. Маркса показывает, что он рассматривал понятия математики с позиций их развития, единства исторического и логического. Этот метод и должен лежать в основе решения проблемы природы математических понятий.

Первичными понятиями математики являются числа и элементарные понятия геометрии: прямая, плоскость, геометрическая фигура.

Понятие натурального числа возникло как синтез результатов размышлений над операциями установления взаимно-однозначного соответствия между множествами (выделение этого аспекта легло в основу определения натурального числа в концепции Б. Рассела), размышлений над теми операциями, которые привели к формированию понятия порядкового числа (Г. Вейль видит здесь единственный источник создания понятия натурального числа) и т. д.

Если обратиться к геометрии, то здесь имеем такую картину. В природе, не тронутой человеком, найти евклидовы формы довольно трудно. Нет ни совершенно прямых линий, ни правильных окружностей. Поэтому весьма ненадежной является установка, соответственно которой понятия евклидовой геометрии — это от-

влечение от некоторых свойств материальных объектов. Ссылка на определение Евклида не делает яснее проблему связи материальных предметов с понятиями геометрии.

Прямые линии, плоскости и так далее являются элементами среды, созданной человеком. И если человек не из природы брал аналогии для создания тел геометрической формы, то альтернативой является точка зрения Канта о том, что человек имел априорные понятия и соответственно этим понятиям создал домашнюю утварь (вспомним кантовский пример с тарелкой), домашние постройки и т. д. Против этой точки зрения выступают многие авторы<sup>11</sup>. Обратимся к истории, чтобы выяснить истоки геометрических понятий.

История материальной культуры говорит о том, что самые древние из известных кирпичи были продолговатой формы. Они были вылеплены руками. Затем в третьем тысячелетии до н. э. в Двуречье начали изготавливать кирпичи в формах. Потом их стали делать плоскими с двух сторон. Здесь еще рано говорить об евклидовых формах, здесь только приближение к ним. Когда в Шумере научились изготавливать кирпичи в форме куба, это определило характер архитектуры Древнего Востока. Отметим, что это та форма, которая дает самое плотное заполнение пространства, т. е. создает устойчивость конструкции. В Древнем Египте были широко распространены изделия из исландского шпата. Это кристаллическое вещество легко поддается обработке и, раскалываясь, дает зеркальные поверхности.

Размышления над технологическими операциями, стремление создать целесообразную технологию, необходимую для постройки устойчивых конструкций, рационального расположения строительных единиц, размышления над теми процедурами, которые необходимы для получения изделий из исландского шпата, размышления над нормами, контролирующими правильность действий как при строительстве, так и при создании различных изделий и т. д., привели к формированию первичных геометрических понятий.

Если объектом исследования является последовательность познавательных процедур, то имеет место метаисследование<sup>12</sup>. Разумеется, в случае формирования первичных математических понятий мы имеем дело не с развитым метаисследованием, а с его простейшей формой. Но то, что объектом размышлений являются не предметы материального мира, а познавательные процедуры (в случае возникновения понятия натурального числа), определенные операции, связанные с деятельностью по созданию материальных предметов (в случае создания геометрических понятий), позволяет сделать вывод о том, что первичные понятия математики являются метаэмпирическими.

2.2. Среди понятий математики значительная часть получена особым путем. Например, Ф. Энгельс называл мнимые числа продуктом свободного творчества и воображения самого разума<sup>13</sup>. Рассмотрим, как были получены комплексные числа, какова роль воображения, какие ограничения накладываются на свободу творчества.

В XVI в. Д. Кардано при решении уравнений третьей степени столкнулся со случаем, когда три действительных корня уравнения получаются в виде суммы или разности чисел, которые были названы мнимыми. Бомбелли ввел в алгебру  $\sqrt{-1}$ .  $\sqrt{-1}$  и выражение  $a+bi$  были введены для того, чтобы все три различных корня наделить одним и тем же наименованием. Мнимые числа не рассматривались как полноправные математические объекты. Они были введены для удобства вычислений, являлись «хитростью» математиков. Говорить об эмпирических истоках этого понятия не приходится: нет такого представления, предельным случаем которого явилось бы это понятие. Еще Декарт писал в своей геометрии о мнимых числах, что их нельзя представить.

Чтобы получить данное понятие, необходимо было провести операцию замещения. При этом  $\sqrt{1}$  выступал в роли гештальта<sup>14</sup>. Гештальт — это некоторый структурный вспомогательный образ. Этот образ не является моделью. Под моделью обычно понимается некоторая система, мысленно представляемая или материально воплощенная, которая в процессе познания замещает или воспроизводит другую систему или находится с ней в отношении сходства, благодаря чему можно получить знания об исходной системе. В данном случае понятие  $\sqrt{1}$  не заменяло какой-то исследуемый объект, с которым находится в отношении сходства, об

отношении сходства здесь нет смысла говорить.  $\sqrt{1}$  — это именно вспомогательная структура, то понятие, которое было уже знакомо математикам, причем это метаэмпирическое понятие, так как оно выведено из понятия натурального числа, тогда, как уже отмечалось, является метаэмпирическим. Итак, в гештальте поло-

жительное число 1 заменили на  $-1$ , получили  $\sqrt{-1}$ . Что такое мнимая единица, никто не знал, соотнести ее с каким-нибудь прообразом из реального мира было невозможно. Но этому понятию приписывались определенные свойства, зафиксированные в точных математических выражениях. Так как элемент, замещаемый в гештальте, является метаэмпирическим понятием, то результат от операции замещения — не умозрительное, а метаумозрительное

понятие, т. е.  $\sqrt{-1}$  представляет собой метаконструкт. Этот метаконструкт получал некоторое оправдание тем, что его применение для решения уравнений третьей степени давало практические результаты. Поэтому можно было считать, что данное понятие имеет смысл. Действия над комплексными числами проводились по правилам алгебры, результаты старались получить в действительных числах. Тем самым это метаумозрительное понятие связывалось с уже известными понятиями.

Дж. Валлису пришла мысль смотреть на мнимую величину

$\sqrt{-ab}$  как на среднюю пропорциональную между положительной и отрицательной величинами. Он пытался дать геометрические

истолкования комплексных чисел. Это не вполне ему удалось, но могло бы стать основой для дальнейших поисков интерпретации комплексных чисел.

Постепенно это математическое понятие — комплексное число, несмотря на то, что еще не получило теоретического обоснования, стало необходимым как связующая, объединяющая часть математики. В анализе, например, это понятие позволило найти общее между показательной и тригонометрической функциями:  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ , позволило соединить алгебраические и геометрические теории, которые в значительной мере развивались независимо друг от друга. В результате исследований Весселя, Аргана, Гаусса комплексные числа получили представление в виде точек плоскости, тем самым между операциональными системами алгебры и геометрии была установлена связь.

Таким образом, понятие комплексного числа не было абстрагировано от предметов чувственного мира. Можно сказать, что это понятие было введено в математику в некотором смысле априорно. Но это не априоризм в смысле врожденности идей или в кантовском смысле. Оно «априорно» как понятие, полученное в результате синтетической деятельности разума, или, как говорил Ф. Энгельс, является продуктом творчества разума. Рассмотренное метаумозрительное понятие относительно априорно, так как именно требования практики вычислений, объективное развитие математики привели к его созданию. Затем это понятие, оправданное применением, оказалось вовлеченным в различные области математики. Анализ, проведенный внутри самой математики, обнаружил связи, в которых это понятие играет значительную роль. Эти связи получили объяснение, и теория приобрела логическую стройность. Наконец, Вейерштрасс дал доказательство того, что комплексные числа представляют собой наиболее общие объекты из тех, которые можно образовать и которые контролируют применение специфических операционных требований абелева поля чисел. В этом случае понятие комплексного числа необходимо для завершения построения коммутативной алгебры.

3.1. Теперь попробуем оценить взгляды Канта на природу математических понятий с точки зрения рассмотренного понимания возникновения этих понятий.

Кант, считая математические понятия эмпирическими (в ранний период творчества), все же подчеркивал, что они отличаются от других эмпирических понятий, что они результат синтеза данных, полученных в других науках. Из п. 2.1. следует, что первичные понятия математики являются метаэмпирическими, т. е. они результат обобщения размышлений над операциями, процедурами, не относящимися непосредственно к математике. Поэтому можно, по-видимому, утверждать, что Кант «угадал» особенность математических понятий и наметил путь анализа их.

3.2. Если речь идет не о первичных понятиях математики, то здесь также следует отметить предвидение Канта. Исследование формирования комплексных чисел показывает, что создание математических понятий подчиняется еще и внутренним законам

развития данной науки, что значительная часть понятий возникает не как опосредованное, но все же отражение действительности, а как результат творческой деятельности математика, деятельности, которая направлена на операции с уже имеющимся материалом математики. Понятиям, которые в таком случае формируются, дается интерпретация уже после их возникновения (например, геометрическая интерпретация комплексных чисел была получена три века спустя после их создания). Такое положение дел близко к рассуждению Канта о «схеме» (см. п. 1.4).

Таким образом, Кант выяснил, что понятия математики не являются ни эмпирическими, ни теоретическими. Они принадлежат другому уровню, поэтому Кант отнес их к априорным. И говоря о конструировании математических понятий, он отметил важную особенность математического знания. Абсолютизация же относительной априорности метаконструктов всегда приводит к идеалистическим взглядам. Однако методологическая ценность концепции Канта состоит в том, что он привлек внимание к тем сторонам математического знания, которые еще требуют исследования.

<sup>1</sup> См.: Лейбниц Г. Избр. филос. соч. М., 1890, с. 173.

<sup>2</sup> Аристотель. Соч. в 4-х т. М., 1975, Т. 1, с. 181.

<sup>3</sup> Декарт Р. Избр. произв. М., 1950, с. 150—152.

<sup>4</sup> Там же, с. 93—94.

<sup>5</sup> Мору Р. Les mathématique et l'idéalisme philosophique. — «Les grands courants de la pensée mathématique». Cahier du Sud., 1948, p. 375.

<sup>6</sup> См. там же, с. 375.

<sup>7</sup> См.: Декарт Р. Избр. произв., с. 93—94, 151—152, 451—452.

<sup>8</sup> Глухова А. А., Джигкаев А. М. Значение ленинского анализа революции в физике для борьбы против «физического» идеализма и механицизма. М., 1962, с. 183—193.

<sup>9</sup> См.: Бурбаки Н. Теория множеств. М., 1965, с. 313.

<sup>10</sup> См. там же, с. 313.

<sup>11</sup> См., например: Асмус В. Ф. Иммануил Кант. М., 1973, с. 188—194; Копнер S. The philosophy of mathematics. London, 1960, p. 170—171.

<sup>12</sup> См.: Бранский В. П. Философские основания проблемы синтеза релятивистских и квантовых принципов. Л., 1973, с. 61—64.

<sup>13</sup> См.: Энгельс Ф. Анти-Дюринг. — Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 20, с. 37.

<sup>14</sup> См.: Бранский В. П. Указ. соч., с. 40.

Г. В. БОЛДЫГИН

## КАНТ И ГЕГЕЛЬ О СПЕЦИФИКЕ ФИЛОСОФСКОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

В последние годы внимание советских исследователей все больше привлекают проблемы, связанные с определением сущности философского знания и его места в ряду других форм общественного сознания<sup>1</sup>. Появились также и работы<sup>2</sup>, в которых поднимается вопрос о природе философской аргументации и принци-